

**ГОСТ Р 50779.41—96  
(ИСО 7873—93)**

**ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТАНДАРТ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

---

**СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ**

**КОНТРОЛЬНЫЕ КАРТЫ ДЛЯ  
АРИФМЕТИЧЕСКОГО СРЕДНЕГО  
С ПРЕДУПРЕЖДАЮЩИМИ  
ГРАНИЦАМИ**

**Издание официальное**

**БЗ 12—95/550**

**ГОССТАНДАРТ РОССИИ  
М о с к в а**

**Предисловие**

**1 РАЗРАБОТАН И ВНЕСЕН** Техническим комитетом по стандартизации ТК 125 «Стандартизация статистических методов управления качеством», Акционерным обществом «Нижегородский научно-исследовательский центр контроля и диагностики технических систем» (АО «НИЦ КД»)

**2 УТВЕРЖДЕН И ВВЕДЕН В ДЕЙСТВИЕ** Постановлением Госстандарта России от 14 августа 1996 г. № 512

**3 Разделы (подразделы, приложения) настоящего стандарта, за исключением раздела 4, представляют собой полный аутентичный текст ИСО 7873—93 «Контрольные карты для арифметического среднего с предупреждающими границами» с дополнительными требованиями, отражающими потребности экономики страны**

**4 ВВЕДЕН ВПЕРВЫЕ**

**© ИПК Издательство стандартов, 1996**

**Настоящий стандарт не может быть полностью или частично воспроизведен, тиражирован и распространен в качестве официального издания без разрешения Госстандарта России**

## Содержание

1 Область применения . . . . .	1
2 Нормативные ссылки . . . . .	1
3 Определения . . . . .	2
4 Условия применения . . . . .	2
5 Описание метода . . . . .	4
6 Статистическое управление процессом . . . . .	7
7 Выбор значений параметров для планов статистического управления процессом . . . . .	7
 Приложение А Определение недопустимого значения среднего уровня процесса на основе доли несоответствующих единиц продукции . . . . .	15
 Приложение Б Пример применения настоящего стандарта . . . . .	17
 Приложение В Теоретическое обоснование . . . . .	20

## Введение

Статистическое управление процессом предусматривает использование контрольных карт для арифметического среднего с предупреждающими границами, которые являются модификацией контрольных карт Шухарта.

Контрольные карты (КК) для арифметических средних с предупреждающими границами отличаются высокой чувствительностью к сдвигам уровня процесса.

Эти КК позволяют фиксировать даже самые небольшие сдвиги уровня процесса на основе дополнительной информации, получаемой от точек, попавших в предупреждающую зону. При этом сохраняется возможность определения резких крупных сдвигов в уровне процесса, когда выборочные средние арифметические выходят за пределы границ регулирования. По сравнению с контрольными картами Шухарта предлагаемые КК более чувствительны к незначительным и медленно формирующимся ухудшениям уровня процесса (таким, как сдвиги, не превышающие  $2,5 \sigma/\sqrt{n}$ , где  $\sigma$  — стандартное отклонение контролируемого параметра и  $n$  — объем выборки).

Статистические методы

КОНТРОЛЬНЫЕ КАРТЫ ДЛЯ АРИФМЕТИЧЕСКОГО СРЕДНЕГО  
С ПРЕДУПРЕЖДАЮЩИМИ ГРАНИЦАМИ

Statistical methods.  
Control charts for arithmetic average  
with warning limits

---

Дата введения 1997—07—01

1 ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ

Настоящий стандарт устанавливает процедуры статистического управления процессом с помощью контрольных карт (далее — КК), основанных на вычислении среднего арифметического в выборке и использующих предупреждающие границы и границы регулирования. Предполагают, что для крупных партий и для массового выпуска штучной и серийной продукции контролируемым параметром качества является случайная величина, которая должна подчиняться нормальному закону распределения. Если вычисляют и наносят на КК среднее по четырем или более изделиям, предположение о нормальности распределения необязательно (4.2).

2 НОРМАТИВНЫЕ ССЫЛКИ

В настоящем стандарте использованы ссылки на следующие стандарты:

ГОСТ Р 50779.21—96 Статистические методы. Правила определения и методы расчета статистических характеристик по выборочным данным. Часть 1. Нормальное распределение

---

Издание официальное

ИСО 3534-1—93<sup>1)</sup> Статистика. Словарь и условные обозначения.  
Часть 1. Вероятность и основные статистические термины

ИСО 3534-2—93<sup>1)</sup> Статистика. Словарь и условные обозначения.  
Часть 2. Статистический контроль качества

### 3 ОПРЕДЕЛЕНИЯ

В настоящем стандарте применяют термины с соответствующими определениями, данные в ИСО 3534-1 и ИСО 3534-2.

### 4 УСЛОВИЯ ПРИМЕНЕНИЯ

4.1 Прежде чем применять методы статистического управления процессом, следует в течение базового периода провести статистический анализ интересующего показателя качества, чтобы установить связь между процессом и качеством продукции для выработки рекомендаций по наладке процесса.

Если статистический анализ показывает, что процесс находится в статистически неуправляемом состоянии, и возможности процесса не соответствуют установленным требованиям, то необходимо определить причины сдвигов уровня процесса и способы его настройки.

4.2 Прежде чем применять правила настоящего стандарта, необходимо в первую очередь установить следующее:

а) выборочное среднее арифметическое  $\bar{x}$  распределено по нормальному закону распределения. За исключением особых нетипичных случаев, распределение выборочного среднего арифметического для четырех и более изделий в выборке (согласно центральной предельной теореме) близко к нормальному закону, даже если отдельные наблюдения не подчиняютсяциальному закону;

б) индивидуальные измерения, используемые для вычисления  $\bar{x}$ , должны быть проведены измерительным инструментом, деление шкалы которого не превышает  $\sigma/2$ ;

в) неизвестное значение математического ожидания  $\mu$  выборочных средних  $\bar{x}$  характеризует текущий уровень процесса. Если уровень

---

1) До прямого применения данного стандарта ИСО в качестве государственного стандарта распространение его осуществляет ВНИИКИ.

процесса изменяется, то изменяется и  $\mu$ . В этом случае уровень процесса должен быть скорректирован.

**П р и м е ч а н и е** — Следует обратить внимание на понятие «уровень процесса». Именно уровень процесса является объектом управления при применении КК. Поэтому сигналом к корректирующим действиям является не появление несоответствующих единиц продукции, а недопустимое изменение уровня процесса, например выход  $\mu$  за границы  $\mu_1$  или  $\mu_{-1}$ , специально установленные для уровня процесса;

г) при двустороннем критерии целевой уровень процесса  $\mu_0$  соответствует значению центра поля допуска на контролируемый параметр, установленного в нормативной документации;

д) стандартное отклонение  $\sigma$  контролируемого параметра должно быть постоянным и приемлемым. Это предположение должно быть проверено по контрольной карте выборочных стандартных отклонений или размахов;

е) при применении одностороннего критерия ( $\mu_1 > \mu_0$  или  $\mu_{-1} < \mu_0$ ) целевой уровень процесса предполагают равным  $\mu_0$ , а интерес представляет только нежелательное отклонение уровня процесса в том или ином направлении. Если процесс вышел из статистически управляемого состояния в соответствующем направлении, то необходима корректировка. Значения  $\mu_1$  и  $\mu_{-1}$  выбирают так, чтобы указать такие сдвиги уровня процесса ( $\Delta = |\mu_1 - \mu_0|$  или  $\Delta = |\mu_{-1} - \mu_0|$ ), которые недопустимы и должны быть быстро обнаружены. Эти значения определяют через недопустимое значение доли несоответствующих единиц продукции (приложение А).

**П р и м е ч а н и е** — Здесь важно подчеркнуть, что для статистического управления процессом изначально должны быть заданы и допуск на контролируемый параметр, и недопустимое значение возможной доли несоответствующих единиц продукции. По правилам приложения А эти требования к качеству продукции переводят в требования к качеству процесса через установление недопустимых сдвигов уровня процесса. Выполнение требований к качеству процесса означает выполнение требований к качеству продукции. КК служит инструментом для контроля выполнения требований к качеству процесса;

ж) в случае двустороннего критерия ( $\mu_1 > \mu_0$  и  $\mu_{-1} < \mu_0$ ) интерес представляют оба направления возможных отклонений уровня процесса от  $\mu_0$ . Если процесс вышел из статистически управляемого состояния в любом направлении, то он должен быть скорректирован.

Значение  $\delta$ , которое характеризует приведенное значение математического ожидания (уровня процесса) для процесса, вышедшего из ста-

тистически управляемого состояния, рассчитывают через значения  $\mu_0$ ,  $\delta$ ,  $\mu_1$  и (или)  $\mu_{-1}$  следующим образом:

$$\delta = \frac{\mu_1 - \mu_0}{\sigma} = \frac{\mu_0 - \mu_{-1}}{\sigma}. \quad (4.1)$$

Когда величина  $\sigma$  постоянна, процесс может выйти из статистически управляемого состояния вследствие изменения  $\mu$  под влиянием неслучайных причин.

**П р и м е ч а н и е —** Важно подчеркнуть, что при применении КК должны быть установлены три вида требований:

- требование к качеству продукции — поле допуска контролируемого параметра и недопустимое значение возможной доли несоответствующих единиц продукции;
- требование к качеству процесса —  $\mu_0$ ,  $\mu_1$  и (или)  $\mu_{-1}$ ;
- требование к выборочной характеристике  $\bar{x}$  — контрольные границы (предупреждающие и границы регулирования).

Требования к качеству продукции устанавливают в технических условиях и (или) в контракте, требования к качеству процесса — в технологической документации, а контрольные границы — в инструкции для контролера или оператора (наладчика).

## 5 ОПИСАНИЕ МЕТОДА

5.1 Статистическое управление процессом осуществляют с использованием контрольных карт для арифметического среднего с предупреждающими границами.

Контрольная карта — это графическое отражение состояния процесса, его уровня и изменчивости. Текущие выборочные значения  $\bar{x}$  наносят на КК, как показано в приложении Б (рисунок Б.1).

5.2 Контрольная карта для арифметического среднего с предупреждающими границами имеет целевую (центральную) линию процесса, соответствующую центру поля допуска контролируемого параметра. Эта линия соответствует значению  $\mu_0$ , предупреждающие границы — значениям  $\mu_0 \pm B_2 \sigma / \sqrt{n}$ , а границы регулирования — значениям  $\mu_0 \pm B_1 \sigma / \sqrt{n}$ , где  $n$  — объем выборки. Предполагают, что значения индивидуальных измерений контролируемого параметра, используемые для вычисления  $\bar{x}$ , статистически независимы.

$B_1$  и  $B_2$  — коэффициенты, определяющие расположение границ регулирования и предупреждающих границ на КК. Принцип выбора значений  $B_1$  и  $B_2$  описан в разделе 6.

5.3 Контрольная карта может быть нанесена на бланке, на световом табло, приведена в памяти компьютера или представлена в другой удобной форме.

5.4 КК должны находиться как можно ближе к рабочим местам; ввод данных и построение графиков должны быть осуществлены чисто и подробно.

5.5 Необходимо подготовить стандартные рабочие процедуры для определения, подготовки и использования КК как метода измерения изменчивости процесса. Данные по мере их получения должны быть своевременно нанесены на контрольную карту.

5.6 Контрольные карты для арифметического среднего с предупреждающими границами могут быть использованы для процессов как с односторонним, так и с двусторонним критериями. Однако обычно используют двусторонний критерий.

5.6.1 В случае, когда процесс находится в статистически управляемом состоянии и имеет двусторонний критерий, выделяют пять зон качества (рисунок 1):

$A_+$	$\mu_0 + B_1 \sigma / \sqrt{n}$	Верхняя граница регулирования
$W_+$	$\mu_0 + B_2 \sigma / \sqrt{n}$	Верхняя предупреждающая граница
$T$	$\mu_0$	Центральная линия
$W_-$	$\mu_0 - B_2 \sigma / \sqrt{n}$	Нижняя предупреждающая граница
$A_-$	$\mu_0 - B_1 \sigma / \sqrt{n}$	Нижняя граница регулирования

Рисунок 1 — Зоны качества для статистического управления процессом с двусторонним критерием

а) зону  $T$  (целевую): выборочное среднее арифметическое находится между верхней и нижней предупреждающими границами;

б) зоны  $W_+$  и  $W_-$  (предупреждающие): выборочное среднее арифметическое находится соответственно между верхней предупреждающей границей и верхней границей регулирования или между нижней предупреждающей границей и нижней границей регулирования;

в) зоны  $A_+$  и  $A_-$  (критические): выборочное среднее арифметическое находится соответственно выше верхней или ниже нижней границ регулирования.

5.6.2 В случае, когда процесс находится в статистически управляемом состоянии и имеет односторонний критерий, выделяют три зоны качества (рисунки 2 и 3):

а) зону  $T$  (целевую): выборочное среднее арифметическое находится ниже верхней или выше нижней предупреждающих границ в зависимости от конкретного случая;

б) зону  $W$  (предупреждающую): выборочное среднее арифметическое находится между предупреждающей границей и границей регулирования;

в) зону  $A$  (критическую): выборочное среднее арифметическое находится за пределами границы регулирования.

На рисунке 2 рассмотрен случай, когда нежелательный сдвиг уровня процесса связан с его возрастанием.

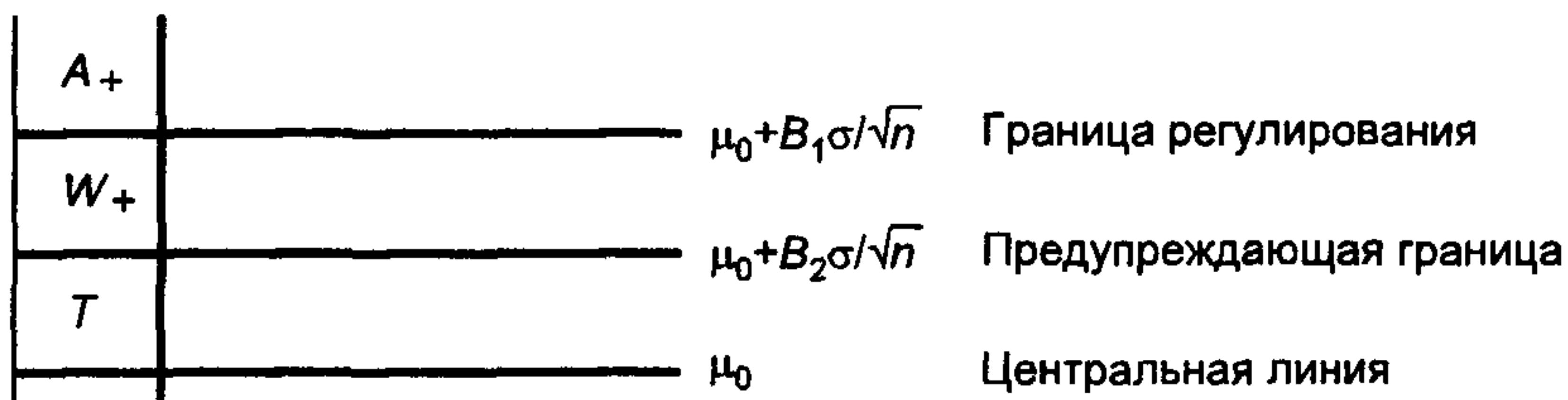


Рисунок 2 — Зоны качества для статистического управления с односторонним критерием — верхние границы

На рисунке 3 рассмотрен случай, когда нежелательный сдвиг уровня процесса связан с его убыванием.

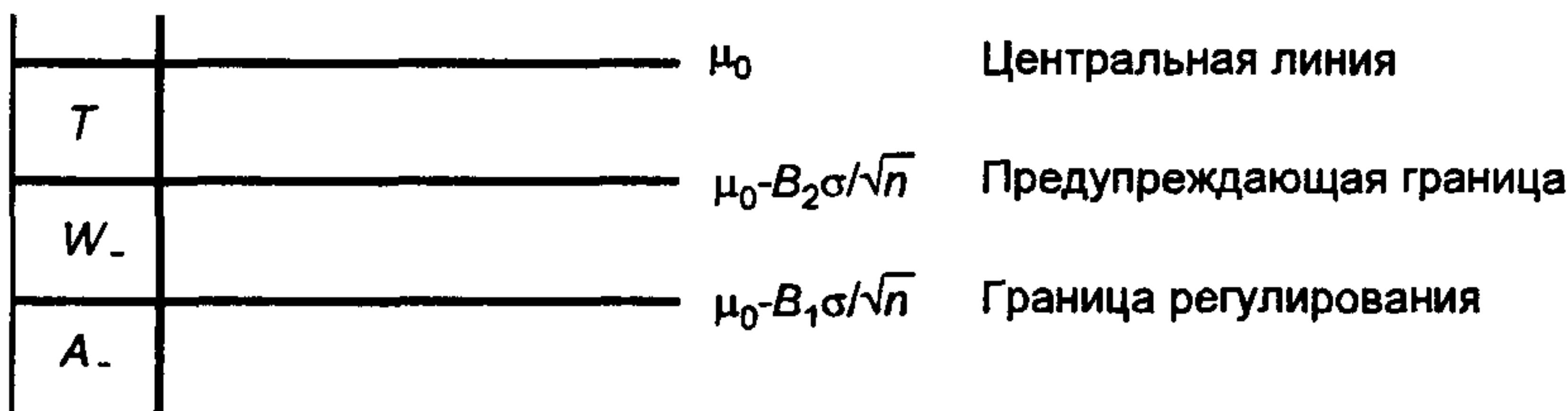


Рисунок 3 — Зоны качества для статистического управления с односторонним критерием — нижние границы

5.7 Выборочное среднее арифметическое наносят на контрольную карту с предупреждающими границами следующим образом: для каждой выборки на КК наносят точку с указанием времени или порядкового номера в качестве абсциссы и соответствующего значения  $\bar{x}$  — в качестве ординаты (рисунок Б.1).

## 6 СТАТИСТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕССОМ

6.1 Если хотя бы одна точка попала в верхнюю критическую зону  $A_+$  или в нижнюю критическую зону  $A_-$ , то это сигнал о выходе процесса из-под контроля. При получении такого сигнала должна быть определена и устранена причина выхода процесса из статистически управляемого состояния.

6.2 Если установленное количество последовательных точек  $K$  попадает в одну из предупреждающих зон — верхнюю  $W_+$  или нижнюю  $W_-$ , то это служит сигналом о выходе процесса из-под контроля и необходимости корректировки.

Значения различных параметров для планов статистического управления процессом выбирают в соответствии с разделом 7.

## 7 ВЫБОР ЗНАЧЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ ДЛЯ ПЛАНОВ СТАТИСТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССОМ

7.1 При выборе плана статистического управления процессом необходимо установить следующие значения:

- а) объем выборки  $n$  (по 7.3)<sup>1)</sup>;
- б) период отбора выборок  $t$  (по 7.3)<sup>1)</sup>;
- в) количество последовательных точек  $K$  (по 6.2);
- г) коэффициенты  $B_1$  и  $B_2$  (по 7.2.2 и 7.4.1), — а также правила принятия решений для корректировки процесса.

Исходными величинами для выбора плана статистического управления процессом являются  $\mu_0$ ,  $\sigma$ ,  $\mu_1$  и (или)  $\mu_{-1}$  (в соответствии с разделом 4);  $L_0$  и  $L_1$  [средние длины серий выборок для процессов соответственно в статистически управляемом и неуправляемом состояниях (в соответствии с 7.2 и приложением В)].

7.2 Эффективность процедуры статистического управления процессом может быть оценена через средние длины серий выборок.

7.2.1 Средняя длина серии выборок ( $ARL$ ) процесса — это среднее число выборок, которые будут извлечены до получения сигнала о неуправляемом состоянии процесса, при неизменном уровне процесса. Значения  $ARL$  представлены в таблицах 1—4.  $ARL$  имеет максимальное значение, когда уровень процесса совпадает с целевым уровнем  $\mu_0$ ; значение  $ARL$  резко уменьшается, когда уровень процесса отклоняется от целевого. Контрольная карта должна быть рассчитана таким образом, чтобы были выполнены два условия:

а) при совпадении уровня процесса с целевым уровнем  $\mu_0$  средняя длина серии выборок обозначается  $L_0$  и должна принимать большое значение. Это обеспечивает низкую вероятность возникновения ложных сигналов о выходе процесса из статистически управляемого состояния;

б) при уровне процесса со значениями  $\mu_1$  или  $\mu_{-1}$  средняя длина серии выборок обозначается  $L_1$  и должна принимать малое значение. Это позволяет быстро обнаружить неудовлетворительное состояние процесса.

7.2.2 Для одностороннего критерия в таблицах 1, 2 и 3 в строке  $\delta\sqrt{n}=0$  даны значения  $ARL$ , равные  $L_0$ , и значения  $ARL$ , равные  $L_1$ , — в строках, соответствующих различным значениям  $\delta\sqrt{n}$ , как функции от  $K$ ,  $B_1$ ,  $B_2$  и  $\delta\sqrt{n}$ . При выборе  $L_0$  и  $L_1$  необходимо установить несколько вариантов  $B_1$  и  $B_2$ ; из них, насколько это возможно, выбирают те, которые дают максимальное значение отношения  $L_0/L_1$ .

---

1) Значения величин  $t$  и  $n$  устанавливают предварительно.

Таблица 1 — Значения  $ARL$  для  $B_1 = 2,75$  (односторонний критерий)

$\delta\sqrt{n}$	$K = 2$					$K = 3$					$K = 4$				
	$B$					$B_1$					$B_2$				
	1,0	1,25	1,5	1,75	2,0	1,0	1,25	1,5	1,75	2,0	1,0	1,25	1,5	1,75	2,0
0,0	41,7	79,8	146,8	232,8	297,4	161,8	253,0	310,2	330,6	334,5	287,4	324,6	333,6	335,1	335,4
0,2	24,5	43,6	76,7	120,9	158,9	80,4	126,3	161,7	180,3	184,7	146,4	166,6	185,2	185,3	185,6
0,4	15,3	25,4	42,3	65,8	88,0	42,4	66,9	88,2	101,5	105,5	69,1	96,0	104,1	106,1	106,4
0,6	10,3	15,9	25,0	32,2	50,5	24,6	37,4	50,5	56,0	62,4	40,8	54,2	60,6	62,9	63,3
0,8	7,3	10,5	15,0	22,7	30,3	15,3	22,1	29,7	35,2	38,0	24,4	31,8	36,7	38,4	39,1
1,0	5,4	7,3	10,3	14,4	19,0	9,6	14,0	18,3	22,0	23,9	15,7	19,6	22,8	24,3	24,8
1,2	4,2	5,4	7,2	9,7	12,6	7,2	8,9	12,1	14,5	16,0	10,3	12,7	15,0	16,2	16,6
1,4	3,4	4,2	5,3	6,8	8,5	5,4	6,7	8,2	9,6	10,7	7,2	8,6	9,9	10,8	11,2
1,6	2,8	3,3	3,9	4,7	5,6	4,0	5,0	5,4	6,0	6,5	5,0	6,2	6,2	6,6	7,9
1,8	2,4	2,8	3,2	4,1	4,5	3,5	3,9	4,4	5,2	5,4	4,2	4,7	5,2	5,6	5,6
2,0	2,2	2,4	2,7	3,1	3,5	2,9	3,5	3,4	3,8	4,1	3,4	3,7	4,0	4,8	4,3
2,2	1,9	2,1	2,3	2,5	2,8	2,5	2,7	2,8	3,1	3,2	2,9	3,0	3,1	3,3	3,4
2,4	1,8	1,9	2,0	2,1	2,3	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,4	2,5	2,6	2,6	2,7
2,6	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	1,9	2,0	2,0	2,2	2,2	2,1	2,1	2,2	2,3	2,3
2,8	1,6	1,6	1,7	1,7	1,7	1,8	1,8	1,9	2,0	1,9	2,0	1,9	2,0	2,0	2,0
3,0	1,4	1,4	1,5	1,5	1,5	1,6	1,6	1,6	1,6	1,6	1,7	1,6	1,6	1,7	1,7
3,2	1,3	1,3	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5
3,4	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3
3,6	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2
3,8	1,1	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2

Таблица 2 – Значения  $ARL$  для  $B_1 = 3,00$  (односторонний критерий)

Таблица 3 — Значения  $ARL$  для  $B_1 = 3,25$  (односторонний критерий)

$\delta\sqrt{n}$	$K = 2$					$K = 3$					$K = 4$				
	$B_i$					$B_i$					$B_i$				
	1,0	1,25	1,5	1,75	2,0	1,0	1,25	1,5	1,75	2,0	1,0	1,25	1,5	1,75	2,0
0,0	45,1	94,7	212,0	481,5	987,8	448,7	618,6	1176,0	1567,8	1698,7	904,8	1454,7	1675,9	1720,8	1730,4
0,2	26,4	50,7	105,3	223,3	432,2	116,2	263,9	469,5	744,9	843,6	369,7	653,0	819,6	864,3	872,9
0,4	16,6	29,2	55,6	110,2	207,6	58,0	121,2	230,3	360,3	430,2	161,3	299,9	392,2	446,9	455,8
0,6	11,0	18,0	31,7	58,4	105,3	32,1	60,7	112,3	178,9	225,1	99,5	140,1	204,6	216,4	235,7
0,8	7,8	11,8	19,3	30,2	56,5	19,3	33,3	58,1	92,1	117,2	40,3	69,9	104,2	118,1	133,2
1,0	6,8	8,2	12,5	20,0	32,3	12,6	19,8	32,2	49,8	67,1	23,3	37,5	56,2	71,4	95,1
1,4	3,7	4,7	6,2	6,7	12,6	6,6	8,8	12,4	17,4	23,2	10,1	13,9	19,2	24,7	28,6
1,6	3,3	3,7	4,7	6,3	8,6	5,1	6,5	8,5	11,3	14,7	7,4	9,5	12,4	15,6	18,2
1,8	2,7	3,1	3,8	4,7	6,1	4,2	4,9	6,2	7,8	9,8	5,7	6,9	8,5	10,4	12,0
2,0	2,4	2,7	3,1	3,7	4,5	3,5	3,9	4,7	5,5	6,6	4,6	5,2	6,0	6,9	7,9
2,2	2,1	2,4	2,6	3,1	3,6	3,1	3,4	3,8	4,4	5,1	3,9	4,3	4,8	5,4	6,0
2,4	2,0	2,1	2,3	2,6	2,9	2,7	2,9	3,2	3,5	3,9	3,3	3,5	3,8	4,1	4,4
2,6	1,9	1,9	2,1	2,2	2,5	2,4	2,5	2,7	2,9	3,1	2,9	3,0	3,1	3,3	3,5
2,8	1,9	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,3	2,5	2,6	2,5	2,6	2,6	2,7	2,8
3,0	1,6	1,7	1,7	1,8	1,9	2,0	2,0	2,1	2,1	2,2	2,2	2,2	2,3	2,3	2,4
3,2	1,5	1,6	1,6	1,6	1,8	1,8	1,8	1,8	1,9	1,9	1,9	1,9	2,0	2,0	2,0
3,4	1,4	1,4	1,5	1,5	1,5	1,6	1,6	1,7	1,7	1,7	1,7	1,7	1,7	1,7	1,8
3,6	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,6	1,6
3,8	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4

Таблица 4 — Значения  $ARL$  (двусторонний критерий)

$B_1$	$\delta\sqrt{n}$	$K = 2$					$K = 3$					$K = 4$				
		$B_i$					$B_i$					$B_i$				
		1,0	1,25	1,5	1,75	2,0	1,0	1,25	1,5	1,75	2,0	1,0	1,25	1,5	1,75	2,0
2,75	0,0	20,8	39,9	73,4	116,4	148,7	80,9	126,5	155,1	165,3	167,2	143,7	162,3	166,8	167,5	167,7
	0,2	18,6	33,0	61,0	95,2	123,5	65,8	100,0	126,6	140,8	142,9	117,6	131,6	142,9	143,0	143,1
	0,4	13,9	23,5	39,7	61,7	81,3	40,3	63,3	82,6	93,5	97,4	65,8	89,3	96,2	98,0	98,1
	0,6	10,0	15,6	24,6	31,7	49,5	24,3	36,9	49,5	54,6	60,9	40,2	53,2	59,2	61,3	61,8
	0,8	7,2	10,4	14,9	22,6	30,1	15,2	22,0	29,5	35,0	37,7	24,3	31,6	36,5	38,2	38,8
3,00	0,0	21,9	41,7	93,0	173,1	278,0	107,5	211,2	310,0	355,5	367,3	267,7	312,0	325,4	329,1	329,7
	0,2	19,5	37,9	75,2	126,6	222,6	84,0	159,9	243,9	294,1	303,0	201,0	277,8	303,0	306,2	307,0
	0,4	14,6	26,0	47,8	85,5	134,2	49,7	91,7	151,5	181,8	198,0	113,1	166,7	192,3	200,0	201,3
	0,6	10,5	16,9	26,0	39,4	75,3	28,2	49,3	77,2	86,2	113,3	58,5	88,1	108,7	114,9	119,0
	0,8	8,0	11,2	17,6	28,3	42,8	19,2	28,0	42,9	54,9	66,5	35,3	48,5	61,9	68,9	70,9
3,25	0,0	22,5	47,3	106,0	240,7	493,9	224,3	309,3	588,0	783,9	849,3	452,4	727,3	837,9	860,4	865,2
	0,2	20,0	40,0	87,7	184,5	357,1	98,0	222,2	395,4	609,0	673,4	312,5	555,5	657,9	686,3	692,0
	0,4	15,1	27,7	52,9	106,2	200,8	56,5	119,0	225,1	347,8	416,7	158,7	294,1	377,8	427,9	434,8
	0,6	10,7	17,6	31,3	58,0	104,0	31,8	60,2	111,1	175,4	220,2	98,5	138,9	200,5	212,8	230,3
	0,8	7,7	11,7	19,3	30,2	56,5	19,3	33,3	58,1	92,1	117,2	40,3	69,9	104,2	118,1	133,2

7.2.3 Для двустороннего критерия следует использовать таблицы 1–4. Для процесса в статистически управляемом состоянии значения  $ARL$ , равные  $L_0$ , определяют из таблицы 4 в строке  $\delta\sqrt{n} = 0$ . Для процесса в статистически неуправляемом состоянии значения  $ARL$ , равные  $L_1$ , определяют по таблице 4 при  $\delta\sqrt{n} < 1$  и по таблицам 1–3 при  $\delta\sqrt{n} \geq 1$ , так как для  $\delta\sqrt{n} \geq 1$  значения  $ARL$  для двустороннего критерия совпадают со значениями  $ARL$  для одностороннего критерия (таблица В.1).

7.2.4 Для значений  $\delta\sqrt{n}$ , отсутствующих в таблицах 1–4, соответствующие значения  $L_1$  получают путем линейной интерполяции.

7.3 Объем выборки  $n$ , как показано в формуле (рисунок В.1) приложения В, влияет на кривые  $ARL$  так же, как и параметры  $\mu_0$ ,  $\mu_1$ ,  $\mu_{-1}$  и  $K$ . Причем для того же самого числа наблюдений или измерений можно разработать контрольную карту с длительным периодом взятия выборок  $t$  и малым объемом выборок  $n$  или наоборот.

В каждом практическом случае различные экспериментальные комбинации  $n$  и  $t$  должны быть тщательно проанализированы при построении КК и определении окончательных значений параметров  $L_0$  и  $L_1$ . Контрольная карта с окончательными значениями  $L_0$  и  $L_1$  должна быть оценена с учетом прошедшего протекания процесса.

В большинстве случаев предварительный выборочный план ( $n$ ,  $t$ ) может служить в качестве базовой пробной комбинации. Другие пробные значения можно сравнить с ним путем сопоставления получающихся значений  $L_0$  и  $L_1$  и затрат.

7.4 Таблицы 1–4 предназначены для выбора планов статистического управления процессом.

7.4.1 Если значения  $\delta$  и  $n$  так же, как  $L_0$  и  $L_1$  (и ограничения для них) определены заранее, то значения параметров  $B_1$ ,  $B_2$  и  $K$  могут быть найдены по значениям  $\delta\sqrt{n}$  из таблиц 1–4 (с интерполяцией в случае необходимости) (Б.2).

Если есть несколько планов статистического управления процессом, удовлетворяющих установленным требованиям (по Б.2), то из них необходимо выбрать план, обеспечивающий максимум отношения  $L_0/L_1$ , с учетом 7.2. Если значение отношения  $L_0/L_1$  высокое (больше или равно 40) для нескольких планов, то рекомендуется выбрать вариант с наименьшим значением  $L_1$ .

7.4.2 Если объем выборки  $n$  предварительно не указан, то его возможное значение может быть найдено по таблицам 1—4. Для этого выбирают сначала те колонки в таблицах 1—4, для которых значение  $L_0$  удовлетворяет заданным ограничениям, а затем первое число, меньшее или равное заданному значению  $L_1$ . После этого из соответствующего значения  $\delta\sqrt{n}$  при известном  $\delta$  вычисляют  $n$  и округляют до ближайшего целого числа (по Б.4).

В этом случае получается несколько вариантов планов статистического управления процессом, и предпочтение должно быть отдано тому плану, который обеспечивает наименьший объем выборки (с учетом 7.2 и 7.4.1). Это особенно важно в ситуациях, когда затраты на контроль велики.

7.5 В условиях промышленного производства продукции могут происходить различные изменения, например замена операторов с разной квалификацией, смена поставляемых материалов, сужение или расширение границ регулирования по технологическим или экономическим соображениям и т. п. Все эти изменения должны быть незамедлительно отражены в планах статистического управления процессом.

В нормативных документах должно быть записано, что в течение некоторых установленных периодов времени (месяца, квартала, года и т. д.) КК и другие нормативные документы должны быть подвергнуты статистическому анализу для их обновления. Частота такого анализа должна быть определена производственной необходимостью.

**ПРИЛОЖЕНИЕ А**  
*(обязательное)*

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ НЕДОПУСТИМОГО ЗНАЧЕНИЯ СРЕДНЕГО УРОВНЯ ПРОЦЕССА НА ОСНОВЕ ДОЛИ НЕСООТВЕТСТВУЮЩИХ ЕДИНИЦ ПРОДУКЦИИ**

**A.1 Односторонний критерий**

Пусть контролируют верхнее отклонение уровня процесса. Задана верхняя граница технического допуска  $T_v$  для контролируемого параметра  $x$ . В этом случае долю несоответствующих единиц продукции  $q_0$  для процесса в статистически управляемом состоянии определяют по формуле

$$q_0 = 1 - \Phi\left(\frac{T_v - \mu_0}{\sigma}\right). \quad (\text{A.1})$$

Долю несоответствующих единиц продукции  $q_1$  для процесса в статистически неуправляемом состоянии определяют по формуле

$$q_1 = 1 - \Phi\left(\frac{T_v - \mu_1}{\sigma}\right), \quad (\text{A.2})$$

где  $\Phi$  — функция стандартного нормального закона распределения.

Следовательно, если  $T_v$  и  $q_1$  известны, то  $\mu_1$  может быть определено по формуле

$$\mu_1 = T_v - \sigma z_{1-q_1}, \quad (\text{A.3})$$

где  $z_{1-q_1}$  — квантиль стандартного нормального закона распределения уровня  $(1-q_1)$ .

Аналогично, если контролируют нижнее отклонение уровня процесса и задана нижняя граница технического допуска  $T_n$  для количественного признака  $\bar{x}$ , то

$$q_0 = 1 - \Phi\left(\frac{\mu_0 - T_n}{\sigma}\right); \quad (\text{A.4})$$

$$q_1 = 1 - \Phi\left(\frac{\mu_1 - T_n}{\sigma}\right), \quad (\text{A.5})$$

и  $\mu_{-1}$  можно определить по следующей формуле:

$$\mu_{-1} = T_n + \sigma z_{1-q_1}, \quad (\text{A.6})$$

где  $q_0$ ,  $q_1$  и  $\Phi$  определены выше.

## A.2 Двусторонний критерий

Это тот же случай, что и случай, когда  $T_b - \mu_0 = \mu_0 - T_n$ . Используя те же обозначения, что и в А.1, получают

$$q_0 = 2 \left[ 1 - \Phi \left( \frac{T_b - \mu_0}{\sigma} \right) \right]; \quad (\text{A.7})$$

$$\begin{aligned} q_1 &= 1 - \Phi \left( \frac{T_b - \mu_1}{\sigma} \right) + 1 - \Phi \left( \frac{\mu_1 - T_n}{\sigma} \right) = \\ &= 1 - \Phi \left( \frac{\mu_{-1} - T_n}{\sigma} \right) + 1 - \Phi \left( \frac{T_b - \mu_{-1}}{\sigma} \right). \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Поскольку обычно

$$\frac{\mu_1 - T_n}{\sigma} = \frac{T_b - \mu_{-1}}{\sigma} > 3,$$

то значениями

$$1 - \Phi \left( \frac{\mu_1 - T_n}{\sigma} \right) = 1 - \Phi \left( \frac{T_b - \mu_{-1}}{\sigma} \right)$$

можно пренебречь. Тогда  $\mu_1$  и  $\mu_{-1}$  могут быть определены с помощью формул (А.3) и (А.6) соответственно.

**ПРИЛОЖЕНИЕ Б**  
**(информационное)**

**ПРИМЕР ПРИМЕНЕНИЯ НАСТОЯЩЕГО СТАНДАРТА**

**Б.1 Пример расчета контрольной карты для арифметического среднего с предупреждающими границами для производственного процесса поддержания концентрации азота в аммиаке**

25 %-ю концентрацию азота в аммиаке считают нормальной для процесса в статистически управляемом состоянии.

Даны пределы концентрации азота:

$$T_b = 27,5 \%$$

$$T_n = 22,5 \%$$

Максимально нежелательный уровень несоответствий равен 3 %.

Из предыдущих экспериментальных данных известно, что  $\sigma = 1 \%$ .

Определяют значения  $\mu_1$  и  $\mu_{-1}$ .

Согласно формулам (A.3) и (A.6)

$$\mu_1 = 27,50 \% - 1 \% \times z_{0,97} = 27,50 \% - 1,88 \% = 25,62 \%$$

$$\mu_{-1} = 22,50 \% + 1,88 \% = 24,38 \%$$

**Б.2 Значение объема выборки для условий примера Б.1 взято равным 5, т. е.  $n = 5$ . Контрольные границы на контрольной карте должны быть построены таким образом, чтобы  $ARL$  для процесса в статистически управляемом состоянии ( $L_0$ ) составляла как минимум 300 и для процесса с максимально нежелательным уровнем процесса ( $L_1$ ) — не превышала 12.**

Имеют

$$\delta = \frac{26,62 - 25}{1} = \frac{25 - 24,38}{1} = 0,62$$

и  $\delta \sqrt{n} = 0,62 \sqrt{5} = 1,39$ .

Комбинацию коэффициентов, определяющих положение границ регулирования и предупреждающих границ на контрольных картах  $B_1$ ,  $B_2$ , и количество последовательных точек  $K$  выбирают из таблиц 1—4 (с интерполяцией для значения  $\delta \sqrt{n} = 1,39$ ), так чтобы  $L_0 \geq 300$  и  $L_1 < 12$  (таблица 4), т. е.  $L_0 \geq 600$  и  $L_1 < 12$ , если используют таблицы 1—3 настоящего стандарта (В.3).

Результаты представлены в таблице Б.1.

Таблица Б.1

<i>N</i>	<i>K</i>	<i>B</i> <sub>1</sub>	<i>B</i> <sub>2</sub>	<i>L</i> <sub>0</sub>	<i>L</i> <sub>1</sub>
1	3	3,0	1,5	620,1	10,3
2	4	3,0	1,15	624,1	11,2
3	3	3,25	1,25	618,6	8,8
4	4	3,25	1,0	904,0	10,1

Установленные исходные данные приводят к неоднозначности плана контроля (получилось четыре возможных варианта). Согласно 7.4.1 (поскольку отношение  $L_0/L_1 > 50$ ) выбирают план с минимальным  $L_1$ , т. е. третью строку в таблице Б.1.

Таким образом,  $K = 3$ ;  $B_1 = 3,25$ ;  $B_2 = 1,25$ .

В соответствии с разделом 5 для нанесения на контрольную карту границ получены следующие значения:

для границ регулирования

$$25 + 3,25 \frac{1}{\sqrt{5}} = 26,45;$$

$$25 - 3,25 \frac{1}{\sqrt{5}} = 23,55;$$

для предупреждающих границ

$$25 + 1,25 \frac{1}{\sqrt{5}} = 25,56;$$

$$25 - 1,25 \frac{1}{\sqrt{5}} = 24,44.$$

Б.3 Для условий, приведенных в Б.1 и Б.2, были получены следующие значения  $\bar{x}$ : 25,1; 25,2; 24,2; 25,6; 24,1; 24,3; 25,0; 25,3; 25,9; 24,7; 25,1; 25,3; 24,9; 25,4; 24,8; 24,7; 25,9; 25,6; 25,7 % (рисунок Б.1).

После 19-й выборки необходимо принять решение о наладке процесса, так как последние три точки (25,9; 25,6; 25,7) находятся в зоне  $W$  между предупреждающей границей и границей регулирования.



Рисунок Б.1 — Пример контрольной карты для арифметического среднего с предупреждающими границами

Следует обратить внимание на то, что две другие соседние точки (24,1 и 24,3) находятся в зоне  $W_+$ , и корректировка процесса не может быть произведена, так как в соответствии с принятой процедурой этих точек должно быть три.

Корректировка должна быть осуществлена немедленно при первом же значении  $\bar{x}$  либо больше 26,45, либо меньше 23,55.

П р и м е ч а н и е —  $3\sigma$ -границы показаны на рисунке Б.1 пунктирными линиями. Как видно из этого рисунка, контрольная карта Шухарта не позволила бы осуществить корректировку рассмотренного процесса.

Б.4 Для  $\sigma$ ,  $\mu_0$ ,  $\mu_1$  и  $\mu_{-1}$ , приведенных выше, а также условий, установленных для  $L_0$  и  $L_1$ , необходимо найти план контроля, дающий наименьший объем выборки. Из колонки таблицы Б.1, соответствующей  $L_0 \geq 600$ , находят, что минимальное значение  $\delta\sqrt{n}$ , для которого  $L_1 < 12$ , равно 1,4 (например, план с параметрами  $B_1 = 3,0$ ,  $B_2 = 1,5$ ,  $K = 3$  дает  $L_1 = 10,3$ ; план с параметрами  $B_1 = 3,25$ ,  $B_2 = 1,25$  и  $K = 3$  дает  $L_1 = 8,8$ ).

$$\text{Отсюда } \sqrt{n} = \frac{1,4}{0,62} = 2,26 \text{ и } n = 5.$$

**ПРИЛОЖЕНИЕ В**  
*(информационное)*

**ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ**

**В.1 Общая часть**

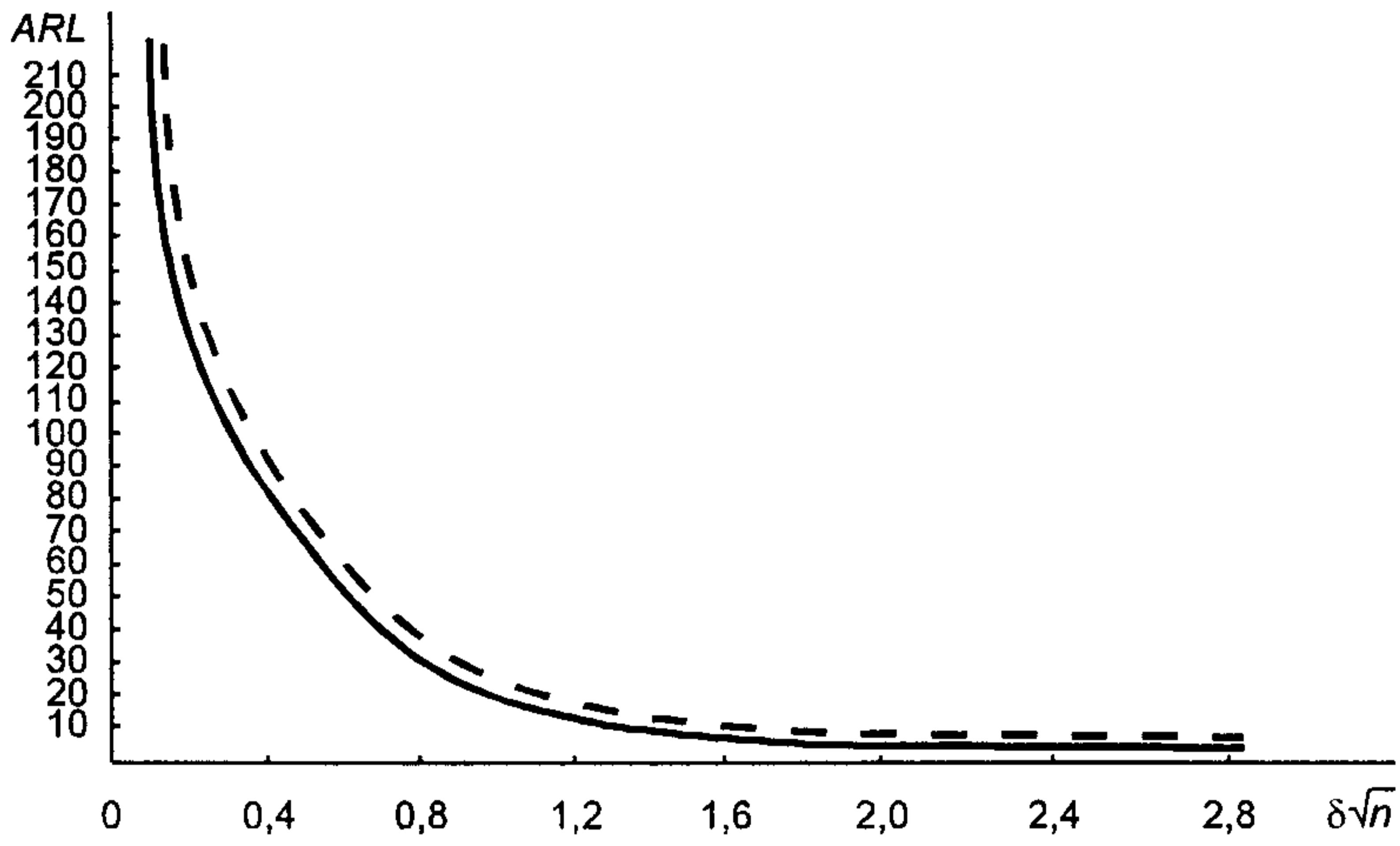
Контрольные карты, использующие только границы регулирования, не во всех случаях достаточно чувствительны к изменению уровня процесса.

Средняя длина серии выборок, по результатам которых принимают решение о корректировке процесса, — критерий чувствительности КК к сдвигу уровня процесса. Если процесс находится в статистически управляемом состоянии, то решение о корректировке ошибочно. В этом случае средняя длина серии выборок должна быть максимально возможной.

Если же процесс вышел из статистически управляемого состояния, то решение о его корректировке необходимо принять как можно быстрее. Здесь средняя длина серии выборок должна быть по возможности меньшей.

Введение предупреждающих границ повышает чувствительность КК к определению состояния процесса.

Если сравнить КК с предупреждающими границами с контрольными картами Шухарта для одного и того же значения  $L_0$ , то поскольку  $\delta\sqrt{n} < 2,5$ , КК с предупреждающими границами имеют гораздо меньшие значения  $L_0$ .



$$ARL = \frac{1}{1 - \Phi(2,76 - \delta\sqrt{n})},$$

где  $\Phi$  — функция нормального распределения.

Рисунок В.1 — Сравнение значений  $ARL$ , полученных для процесса, находящегося в статистически неуправляемом состоянии для обычной контрольной карты Шухарта (пунктирная линия) и контрольной карты с предупреждающими границами (сплошная линия)

На рисунке В.1 сплошная линия представляет значения  $ARL$  для контрольной карты для арифметического среднего с предупреждающими границами с односторонним критерием с зонами качества при  $B_1 = 3,00$ ;  $B_2 = 1,75$ ;  $K = 2$  (таблица 2 настоящего стандарта). Пунктирная линия показывает значения  $ARL$  для обычной КК Шухарта с односторонним критерием, рассчитанной для того же значения  $L_0 = 346,2$ , что и первая КК (границы будут на расстоянии  $2,76 \times \sigma / \sqrt{n}$  от центральной линии).

Пример приведен для одностороннего критерия. Для двустороннего критерия кривые строят по тем же правилам (7.2.3).

### В.2 Формулы для вычисления $ARL$ с односторонним критерием

Точка на контрольной карте может попасть в зону  $T$  с вероятностью  $p$ , в зону  $W$  — с вероятностью  $q$ , а в зону  $A$  — с вероятностью  $1-p-q$  (рисунок 2 настоящего стандарта), где вероятности  $p$  и  $q$  определяют по формулам:

$$p = \Phi(B_2 - \delta \sqrt{n}) ; \quad (\text{B.1})$$

$$q = \Phi(B_1 - \delta \sqrt{n}) - \Phi(B_2 - \delta \sqrt{n}), \quad (\text{B.2})$$

где  $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\xi^2/2} d\xi$  — функция стандартного нормального закона распределения, значения которой приведены в приложении А ГОСТ Р 50779.21;  $\xi$  — переменная интегрирования и  $\delta = 0$  для процесса в статистически управляемом состоянии.

Среднюю длину серий выборок  $L$  определяют по формуле

$$L = \frac{1 - q^K}{1 - p - q + pq^K}. \quad (\text{B.3})$$

Когда  $K = 2$ , рекомендуют использовать формулу (B.3) в следующем виде:

$$L = \frac{1 + q}{1 - p - pq}. \quad (\text{B.4})$$

Значения  $ARL$  в таблицах 1—3 настоящего стандарта вычислены с использованием приведенных формул.

### В.3 Формула для вычисления $ARL$ с двусторонним критерием

В случае двустороннего критерия формула (B.3) принимает вид (при  $K = 2$ ):

$$L' = \frac{(1 + q_1)(1 + q_2)}{1 - q_1 q_2 - p'(1 + q_1)(1 + q_2)}, \quad (\text{B.5})$$

где  $q_1$  и  $q_2$  — вероятности попадания в зоны  $W_+$  и  $W_-$  соответственно;  
 $p'$  — вероятность попадания в зону  $T$ .

Очевидно, что  $p' = 2p - 1$ , где  $p$  определяют по формуле (B.1).

Когда  $\delta\sqrt{n} = 0$ , то  $q_1 = q_2 = q$  и формула (B.4) принимает вид

$$\begin{aligned} L' &= \frac{(1+q)^2}{1-q^2-(2p-1)(1+q)^2} = \frac{1+q}{1-q-(2p-1)(1+q)} = \\ &= \frac{1+q}{2(1-p-pq)}. \quad L' = \frac{1}{2} L_0. \end{aligned} \tag{B.6}$$

Когда  $\delta\sqrt{n} \neq 0$ , меньшая из вероятностей  $q_1$  и  $q_2$  (например,  $q_2$ ) становится настолько малой, что ею можно пренебречь.

Таким образом, для малых значений  $\delta\sqrt{n}$  (0,2; 0,4) необходимо учитывать разницу между значениями  $ARL$  с односторонним и двусторонним критериями, но если  $\delta\sqrt{n} > 0,6$ , то эта разница становится настолько малой, что ею можно пренебречь (таблица В.1).

Т а б л и ц а В.1 — Значение  $ARL$  в случаях с двусторонним и односторонним критериями

$\delta\sqrt{n}$	Случай двустороннего критерия	Случай одностороннего критерия
0,0	278,0	556,0
0,2	222,6	275,2
0,4	134,2	141,9
0,6	75,3	76,0
0,8	42,8	43,0
1,0	25,5	25,5

Затем, если  $q_1 = q$ ,  $q_2 = 0$ , то формула (B.5) переходит в формулу (B.4), т. е.  $ARL$  процесса, вышедшего из-под контроля, будет такой же, как и  $ARL$  процесса с односторонним критерием:

$$L'_1 = L_1. \tag{B.7}$$

Например, если причиной выхода процесса из-под контроля служит увеличение значения уровня процесса, то возможность выхода за нижнюю предупреждающую границу можно не брать в расчет как и в случае одностороннего критерия.

Формулы (В.6) и (В.7) также применимы для  $K = 3$  и  $K = 4$ .

#### **В.4 Взаимосвязь приведенных формул с теорией цепей Маркова**

Формулы (В.3), (В.4). и (В.5) могут быть выведены с помощью теории цепей Маркова.

Для процесса с односторонним критерием и  $K = 2$  следует рассматривать цепь Маркова с тремя состояниями:

- а) точка находится в зоне  $T$ ;
- б) точка находится в зоне  $W$ , в то время как предыдущая точка — в зоне  $T$ ;
- в) точка находится в зоне  $A$  или в зоне  $W$  вместе с предыдущей.

УДК 658:311

ОКС 03.120.30

Т59

ОКСТУ 0011

---

Ключевые слова: контрольная карта для арифметического среднего; предупреждающие границы; статистически управляемое состояние процессов

---

Редактор *Л. В. Афанасенко*

Технический редактор *Л. А. Кузнецова*

Корректор *Е. Ю. Митрофанова*

Компьютерная верстка *В. И. Матюшенко*

Изд лиц № 021007 от 10 08 95 Сдано в набор 12 09 96 Подписано в печать 18 11 96  
Усл печ л 1,63 Уч -изд л 1,40. Тираж 339 экз С 4019 Зак 1362

---

ИПК Издательство стандартов, 107076, Москва, Колодезный пер., 14  
Набрано в Калужской типографии стандартов на ПЭВМ  
Калужская типография стандартов, ул. Московская, 256  
ПЛР № 040138