УДК 658.562.014:65.011.56 Группа Т59

ОТРАСЛЕВОЙ СТАНДАРТ

ОСТ 1 00358-80

ОТРАСЛЕВАЯ АВТОМАТИЗИРОВАННАЯ СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ ПОДСИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ КАЧЕСТВОМ

Методика оценки оптимальных значений показателей

На 20 страницах

Введен впервые

Распоряжением Министерства от 20 июня 1980 г. № 087-16
срок введения установлен с 1 июля 1981 г.

Настоящий стандарт устанавливает метод оценки оптимальных значений показателей качества в отраслевой автоматизированной системе управления (ОАСУ). Поиск оптимальных значений показателей основан на методе случайного поиска.

№ изм. № изв.

Инв. № дубликата Инв. № подлинника 4463

Издание официальное ★ ГР 8180073 от 30.10.80

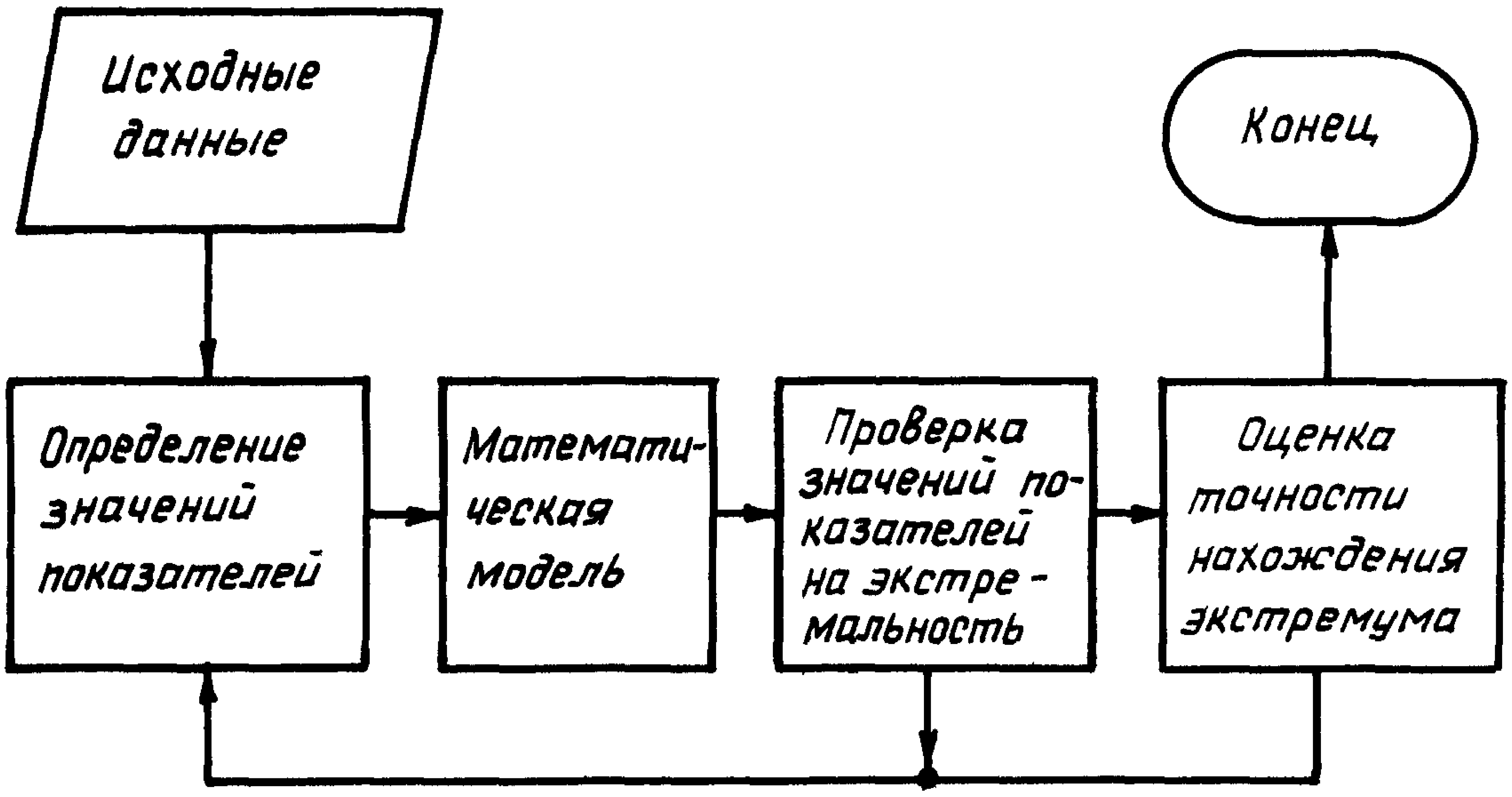
Метод позволяет решать условные и безусловные оптимизационные задачи с критериальной функцией и ограничениями произвольного характера.

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

1.1. Процесс определения оптимальных значений показателей методом случайного поиска представляет собой итеративную процедуру нахождения оценок данных показателей (вектора-аргумента $\bar{X}$), соответствующих экстремальному (минимальному или максимальному) значению критерия Q.

Поиск экстремальных значений вектора-аргумента $\bar{X} = \{X_1, \ldots, X_i, \ldots \ldots, X_n\}$, ($n$ - число показателей) осуществляется в некоторой области D конечного n-мерного эвклидова пространства.

Укрупненная блок-схема процедуры поиска оптимальных значений показателей приведена на чертеже.



1.2. Применение метода случайного поиска рекомендуется:

- при решении оптимизационных задач с вероятностным характером управляемого процесса, поиск точного решения которых нецелесообразен;
- при решении оптимизационных задач, математические модели которых имеют сложную (нелинейную) структуру, большое число переменных ($N \geq 10$) или малое число переменных ($N < 10$) (при условии, что время решения последних должно быть не менее 1,5-3 с).

1.3. Построение математической модели оптимизационной задачи состоит в математическом описании критериальной функции $Q(\bar{X})$, соответствующей выбранному критерию Q и области поиска D. Вопросы построения математической модели в настоящем стандарте не рассматриваются.

1.4. Математические модели, описывающие соответствующие задачи управления качеством и надежностью, могут иметь произвольную структуру критериальной функции

$$Q = Q(\bar{X}), \tag{1}$$

и систему ограничений, определяющую область поиска D

$$D: \begin{cases} \bar{X}_{min} \leq \bar{X} \leq \bar{X}_{max} \\ g_h(\bar{X}) \geq 0; \quad h = \overline{1,m}; \quad m \leq n, \end{cases} \tag{2}$$

где m – число функциональных ограничений;

$\bar{X}_{min}, \bar{X}_{max}$ – минимальное и максимальное значение вектора-аргумента $\bar{X}$.

1.5. Пользователь при решении конкретной оптимизационной задачи должен:

- сформулировать задачу управления, построить математическую модель и записать ее на алгоритмическом языке;
- сформировать исходные данные с учетом значений соответствующих операторов FORMAT и DIMENSION;
- ввести укомплектованную программу в ЭВМ.

2. АЛГОРИТМ ПОИСКА ОПТИМАЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

2.1. Исходные данные

2.1.1. При реализации алгоритма используется система следующих исходных данных в виде массивов, констант и переменных:

$XO(J,I)$, $XM(J,I)$, $XN(J,I)$, $W(J,I)$, $D(J,I)$, $VS(J,I)$, $S_1(J,I)$, KI, KM, L, IX, NN, $N1$, NT, NQ, NS, DN, $S_2, S_3, S_4, D_1, D_2, D_3, D_4, D_5, D_6, D_7$.

2.1.2. При формировании массивов, определяющих характер переменных и область допустимых значений, необходимо учитывать характер решаемой задачи оптимизации.

Если решается задача типа оптимального проектирования, т.е. если каждой переменной (например, интенсивности отказов, периодичности проверок и т.п.) поставлен ряд функциональных частей оптимизируемой системы (например, автопилот, блок радиоуправления и т.д.), то индексы I и J имеют следующее содержание:

I – индекс вида переменной;

J – индекс функциональных частей системы, самостоятельно исследуемых в задаче оптимизации.

Если решается динамическая задача оптимизации, то индексы I и J имеют следующее содержание:

Инв. № дубликата | Инв. № подлинника 4463

I - индекс вида переменной;

J - индекс интервала времени.

В остальных оптимизационных задачах значение индекса J принимается равным единице.

$XO(J,I)$ - массив значений координат исходной точки (любое значение вектора-аргумента $\bar{X}$, принадлежащее области допустимых значений, определяемой совокупностью простых и функциональных ограничений).

$XM(J,I)$, $XN(J,I)$ - массивы максимальных и минимальных значений переменных, определяющих область допустимых значений.

$W(J,I)$ - массив признаков, определяющих тип переменной (непрерывной управляемой переменной соответствует признак 1, дискретной управляемой переменной соответствует признак 0).

При необходимости малочувствительные управляемые переменные в модели могут быть заменены на константы.

Данное преобразование осуществляется путем присвоения соответствующему элементу массива $W(J,I)$ значения, равного 0,5.

$D(J,I)$ - массив шагов дискретности управляемых дискретных переменных (шаги дискретности для соответствующей I-й переменной могут быть одинаковыми и различными по J).

Массив шагов дискретности $D(J,I)$ заполняется только для дискретных переменных, остальным переменным в массиве соответствуют пробелы, которые в ЭВМ реализуются в нули.

$VS(J,I)$ - массив признаков, определяющих различие или единство значений I-й переменной по J (признак 0 соответствует переменной, имеющей различные значения по J, признак 10 соответствует переменной, имеющей единое значение по J).

$S_1(J,I)$ - массив коэффициентов масштаба (начальное значение коэффициентов масштаба для всех переменных равно 2).

2.1.3. Значения констант и переменных назначаются в пределах указанных диапазонов в зависимости от характера задачи оптимизации и требуемой точности решения:

NN - заданное число шагов поиска экстремума ($NN \approx 300 \div 2000$);

KI - общее число управляемых переменных и констант, определяющее размерность исходного массива;

KM - общее число управляемых переменных (в частном случае KM равняется KI);

L - предельное число функционально самостоятельных частей системы (при отсутствии этих частей L =1);

IX - константа, используемая при генерации равномерно распределенных случайных чисел (IX =71253);

S_2 - константа, характеризующая быстроту сходимости поиска ($S_2 \approx 0{,}05 \div 0{,}1$);

Инв. № подл. 4463 | Инв. № дубликата | № изм. | № изв.

S_3 – константа, определяющая максимальное значение коэффициентов масштаба по всем координатам (величина S_3 определяется требованием точности поиска и изменяется в диапазоне от 10 до 100);

S_4 – константа, определяющая меру близости экстремальных оценок (величина S_4 определяется требованием к быстроте сходимости и изменяется в диапазоне от 0,05 до 0,1);

NT – число случайных исходных точек поиска в области допустимых значений переменных ($NT \geqslant 1$);

N_1 – число неэффективных шагов поиска, после которых осуществляется изменение коэффициентов масштаба ($N_1 \approx 50 \div 100$);

NQ – число случайных пробных шагов при оценке статистического градиента критериальной функции;

D_1 – константа, определяющая величину пробных шагов при оценке статистического градиента критериальной функции ($D_1 \approx 0{,}005$);

D_2 – константа, определяющая величину рабочих шагов по соответствующим координатам при градиентном поиске ($D_2 \approx 0{,}05 \div 0{,}1$);

D_3 – коэффициент роста направленных шагов поиска ($D_3 \approx 1{,}1 \div 1{,}3$);

NS – число направленных шагов поиска, после которых осуществляется увеличение коэффициента роста направленных шагов поиска D_3 ($NS \approx 2 \div 5$);

DN – константа, определяющая меру увеличения коэффициента D_3 ($DN \approx 1{,}2 \div 2$);

D_4 – коэффициент уменьшения направленных шагов поиска ($1 < D_4 < D_3$);

D_5 – константа, определяющая наличие или отсутствие функциональных ограничений (1 – наличие ограничений, 0 – отсутствие ограничений);

D_6 – константа, определяющая характер экстремальной задачи (0 – задача минимизации, 1 – задача максимизации);

D_7 – константа, определяющая величину уменьшения рабочих шагов при градиентном поиске ($D_7 \approx 0{,}005 \div 0{,}01$).

2.2. Процесс случайного поиска

2.2.1. Поиск оптимальных значений показателей начинается с исходной точки поиска $\bar{X}_0$ с координатами $XO(J,I)$ и значением критериальной функции $\hat{Q} = \hat{Q}(\bar{X}_0)$.

2.2.2. Величина случайного K-го шага поиска определяется выражением

$$\bar{X}_K = \bar{X}^*_{K-1} + \bar{\Delta}_K , \qquad (3)$$

где $\bar{X}^*_{K-1}$ – значение вектора-аргумента, соответствующего найденной оценке экстремального значения критериальной функции за (K-1)-шагов поиска (исходное значение $\bar{X}^*$ принимается равным $\bar{X}_0$);

$\bar{\Delta}_K$ – значение случайного K-го приращения вектора-аргумента.

2.2.3. Величина случайного K-го приращения вектора-аргумента определяется выражением

$$\bar{\Delta}_K = \bar{a}\,\bar{\xi}_K, \qquad (4)$$

где $\bar{a}$ – q-мерный вектор длины шага поиска $\bar{a} = (a_{11}, a_{12}, \ldots, a_{1KM};\ a_{21}, \ldots, a_{ji}, \ldots, a_{LKM})$;

a_{ji} – длина шага поиска по j, i-й координате.

При этом a_{ji} определяется выражением

$$a_{ji} = \frac{1}{S_1(J,I)}\big(XM(J,I) - XN(J,I)\big). \qquad (5)$$

$\bar{\xi}_K$ – K-е значение q-мерного случайного нормированного вектора, равномерно распределенного по всем направлениям пространства оптимизируемых показателей

$$\bar{\xi}_K = (\xi_{11}, \xi_{12}, \ldots, \xi_{1KM};\ \xi_{21}, \ldots, \xi_{ji}, \ldots, \xi_{LKM}),$$

где ξ_{ji} – случайное нормированное значение j, i координаты, равномерно распределенной в интервале $[-1,1]$. При этом ξ_{ji} определяется выражением

$$\xi_{ji} = \frac{\xi^o_{ji}}{\sqrt{\sum_1^q (\xi^o_{ji})^2}}, \qquad (6)$$

где ξ^o_{ji} – случайное число, равномерно распределенное в интервале $[-1,1]$, получаемое методом функциональных преобразований случайных чисел ξ^*_{ji}, случайно распределенных в интервале $[0,1]$ в соответствии с выражением

$$\xi^o_{ji} = 2\cdot\xi^*_{ji} - 1. \qquad (7)$$

2.2.4. Размерность векторов $\bar{a}$ и $\bar{\xi}_K$ определяется выражением

$$q = L\,KM - \sum_{j=1}^{L}\sum_{i=1}^{KM} \varkappa_{ji} - \sum_{i=1}^{KM} SVS_i, \qquad (8)$$

при этом

$$\varkappa_{ji} = \begin{cases} 1, \text{ если } W(J,I) = 0{,}5 \\ 0, \text{ если } W(J,I) = 1 \vee 0, \end{cases} \qquad (9)$$

$$SVS_i = \begin{cases} \sum_{j=1}^{L} f_{ji} - 1, & \text{если } \sum_{j=1}^{L} f_{ji} > 1 \\ \sum_{j=1}^{L} f_{ji}, & \text{если } \sum_{j=1}^{L} f_{ji} \le 1. \end{cases} \qquad (10)$$

2.3. Проверка случайного шага поиска на экстремальность

2.3.1. Проверка случайного шага поиска на экстремальность осуществляется путем проверки неравенств

$$\hat{Q}_K - Q^* < 0 \quad \text{(при минимизации)},$$
$$\hat{Q}_K - Q^* > 0 \quad \text{(при максимизации)}, \qquad (11)$$

где $\hat{Q}_K$ – текущее значение критериальной функции на K–ом шаге поиска;

Q^* – оценка экстремального значения критериальной функции, найденной за (K –1) шагов поиска.

2.3.2. Если соответствующее неравенство выполняется, то осуществляется операция присвоения

$$\bar{X}^* = \bar{X}_K \quad \text{и} \quad Q^* = \hat{Q}_K, \tag{12}$$

и начинается процесс направленного поиска, в противном случае продолжается случайный поиск.

2.4. Процесс направленного поиска

2.4.1. Направленное приращение вектора-аргумента определяется выражением

$$\bar{\Delta} d_N = \bar{\Delta} d_{N-1} \quad D_3, \tag{13}$$

где d_N – число направленных шагов.

Если d_N=1, то

$$\bar{\Delta} d_{N-1} = \bar{\Delta}_K, \tag{14}$$

где $\bar{\Delta}_K$ – случайное значение приращения вектора-аргумента, соответствующее последней экстремальной оценке, найденной случайным поиском.

2.4.2. Если число удачных направленных шагов $d_N > NS$, то осуществляется увеличение коэффициента роста направленного приращения вектора-аргумента

$$D_3 = D_3 \cdot DN. \tag{15}$$

2.4.3. Процесс направленного движения в пространстве оптимизируемых показателей осуществляется до первого неудачного шага (направленный шаг, для которого не выполняется условие экстремальности оценки).

2.4.4. Если число d_N > 1, то после неудачного шага осуществляется обратный направленный шаг, значение которого определяется выражением

$$\bar{X}_{d_{N+2}} = \bar{X}_{d_N} - \frac{\bar{\Delta} d_{N+1}}{D_4} \tag{16}$$

Если d_N =1, обратный направленный шаг не осуществляется и начинается градиентный поиск.

2.5. Процесс градиентного поиска

2.5.1. При градиентном поиске оценка направления движения в пространстве оптимизируемых показателей осуществляется путем статистической оценки градиента критериальной функции в окрестности последнего значения $\bar{X}^*$.

2.5.2. Статистическая оценка градиента осуществляется двумя способами:

- если число оптимизируемых показателей невелико ($q \leq 10$), то оценка градиента осуществляется методом центральной пробы по формуле

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{g}\left[Q(\bar{X}^* + g\,\bar{l}) - Q(\bar{X}^*)\right], \tag{17}$$

Инв. № дубликата | Инв. № подлинника 4463 | № изм. | № изв.

где $\bar{g}$ – вектор значений пробных шагов;

$\bar{i}$ – вектор координатных орт;

– если число оптимизируемых показателей велико ($q > 10$), то оценка градиента осуществляется методом непарных проб относительно среднего

$$\bar{\lambda} = \sum_{h=1}^{NQ} (\bar{\xi}_h - \bar{\xi}_{cp}) [Q(\bar{X}^* + \bar{\xi}_h) - Q_{cp}], \qquad (18)$$

при этом

$$\bar{\xi}_{cp} = \frac{1}{NQ} \sum_{h=1}^{NQ} \bar{\xi}_h; \quad Q_{cp} = \frac{1}{NQ} \sum_{h=1}^{NQ} Q(\bar{X}^* + \bar{\xi}_h), \qquad (19)$$

где $\bar{\xi}_h$ – случайные значения вектора-аргумента, равномерно распределенные в пространстве оптимизируемых переменных, ограниченного по каждой координате интервалом $[-g, g]$.

Величина g определяется выражением

$$|g| = D_1 [XM(J,I) - XN(J,I)]. \qquad (20)$$

2.5.3. Величина градиентного шага по каждой координате определяется выражением

$$Xd_r(J,I) = X^*(J,I) + \Delta d_r(J,I). \qquad (21)$$

Здесь

$$\Delta d_r(J,I) = a \frac{\lambda(J,I)}{\sqrt{\sum_1^{q} [\lambda(J,I)]^2}} D_2 \left(\frac{XM(J,I) - XN(J,I)}{S_1(J,I)} \right). \qquad (22)$$

Величина константы a равна –1 при решении задачи минимизации критериальной функции и +1 при решении задачи максимизации критериальной функции.

2.5.4. После первого неудачного градиентного шага осуществляется процедура оценки положения экстремума в области $\bar{X}^* \div (\bar{X}^* + \Delta d_r)$ относительно точки пространства, определяемого координатами вектора $\bar{X}^*$.

Данная процедура основывается на принципах дихотомии и состоит из следующих операций:

– определения нового значения приращения путем деления пополам приращения Δd_r

$$\bar{\Delta} d_g = \frac{\bar{\Delta} d_r}{2}, \qquad (23)$$

где d_g – порядковый номер процедуры дихотомии;

– оценки значения критериальной функции в точке оптимизируемого пространства с координатами

$$\bar{X} d_g = \bar{X}^* + \bar{\Delta} d_g. \qquad (24)$$

Инв. № подлинника 4463 | Инв. № дубликата | № изм. | № изв.

Если $\Delta Q < 0$ (для задачи минимизации), то $\bar{X}^* = \bar{X} d_g$ и повторяется операция деления $\bar{\Delta} d_g$ относительно нового значения $\bar{X}^*$.

Если $\Delta Q > 0$, то значение вектора $\bar{X}^*$ не пересчитывается и операция деления $\bar{\Delta} d_g$ осуществляется относительно исходного значения $\bar{X}^*$.

Данная процедура оценки положения экстремума прекращается после того, как выполнится условие

$$\bar{\Delta} d_g < D_7 \left(\overline{XM} - \overline{XN} \right). \tag{25}$$

2.6. Итеративный пересчет коэффициентов масштаба зоны поиска

2.6.1. Изменение коэффициентов масштаба зоны поиска осуществляется после выполнения неравенства

$$K8 > N1, \tag{26}$$

где $K8$ - число случайных шагов поиска после последнего резкого изменения положения оценки экстремума критериальной функции в пространстве оптимизируемых переменных.

В качестве меры резкого изменения оценки экстремума критериальной функции используется неравенство

$$\left| Q^*_{\varkappa} - Q^*_{\varkappa-1} \right| > S_2 \, Q^*_{\varkappa}, \tag{27}$$

где $\varkappa$ - индекс порядкового номера найденной экстремальной оценки критериальной функции.

При изменении масштаба зоны поиска учитывается величина и взаимное положение оценок экстремума, полученные в процессе поиска.

2.6.2. Остановка поиска осуществляется при выполнении одного из двух неравенств

$$K > NN, \quad AMIN > S_3, \tag{28}$$

где K - общее число случайных шагов поиска;

$AMIN$ - минимальное значение коэффициента масштаба зоны поиска в пространстве оптимизируемых показателей.

2.7. Выходные данные

2.7.1. Выходными данными алгоритма являются:

CB - конечное значение экстремальной оценки критериальной функции (в случае поиска экстремума критериальной функции с различных исходных точек поиска на печать выводятся все конечные значения экстремума, соответствующие каждой исходной точке поиска);

$CX(J,I)$ - массив оптимальных значений показателей (переменных), соответствующих конечному значению экстремальной оценки критериальной функции.

Кроме этого на печать выводятся все исходные данные.

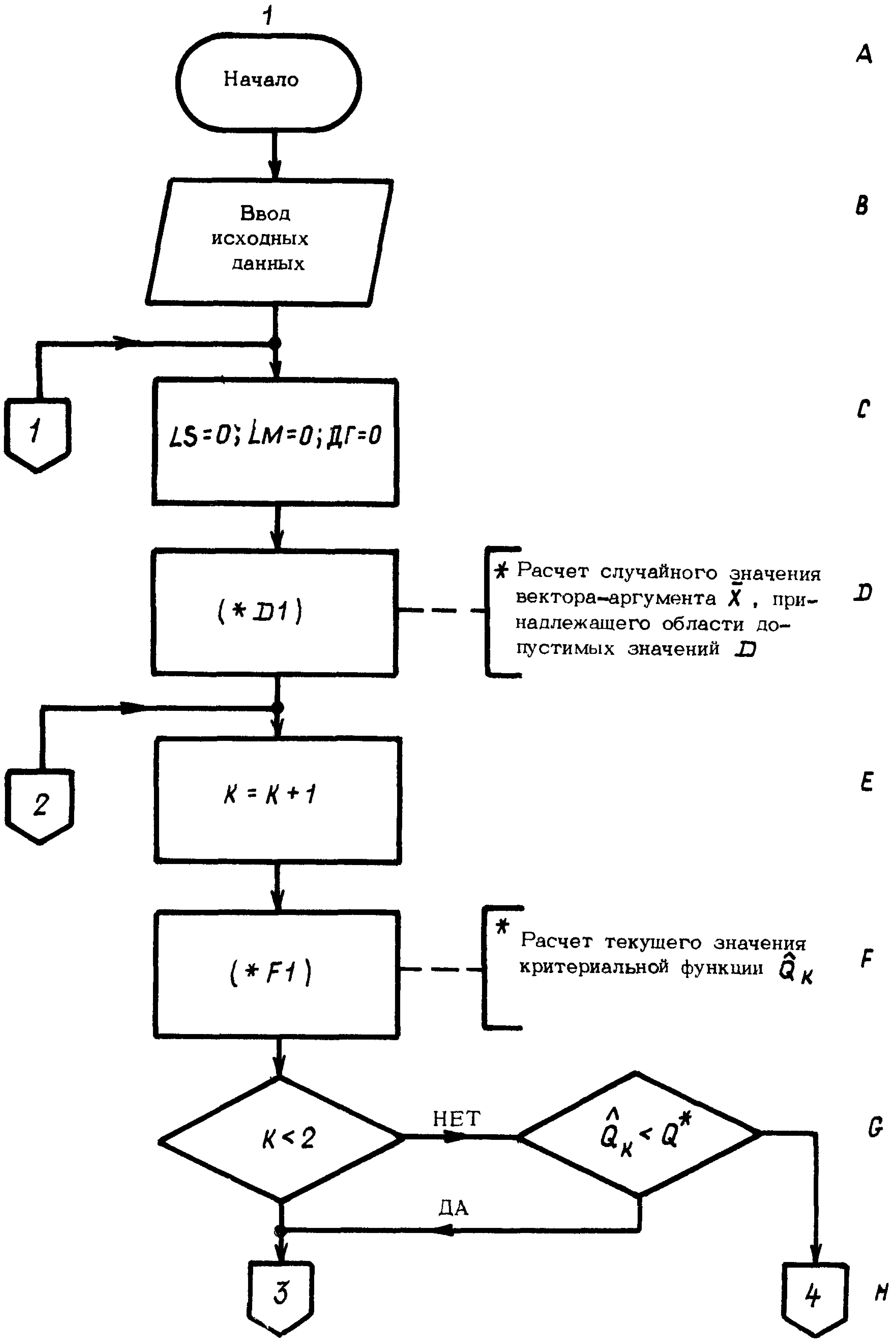
2.8. Блок-схема алгоритма поиска оптимальных значений показателей приведена в рекомендуемом приложении 1.

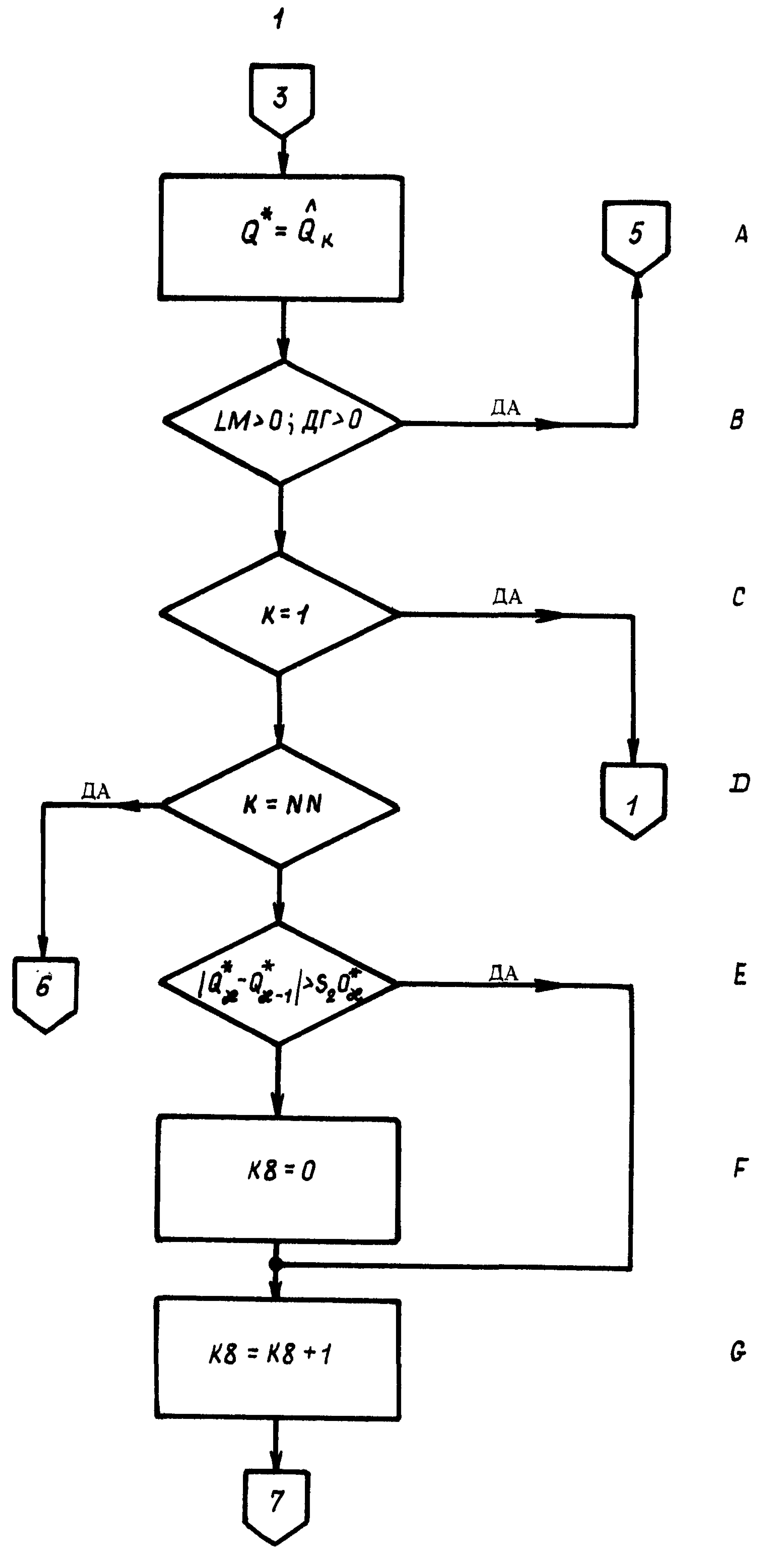
2.9. Примеры использования алгоритма поиска оптимальных значений показателей приведены в справочном приложении 2.

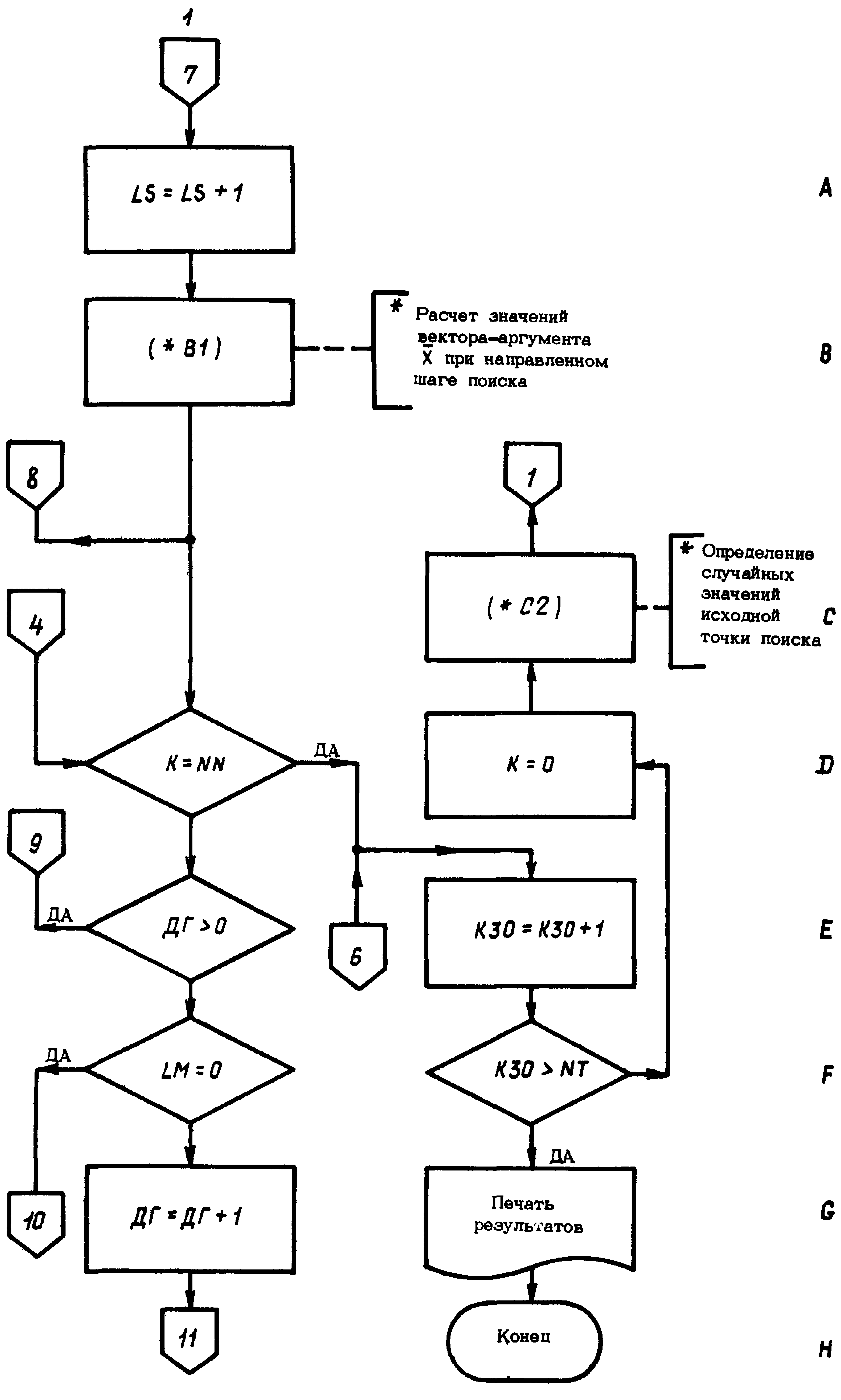
ПРИЛОЖЕНИЕ 1

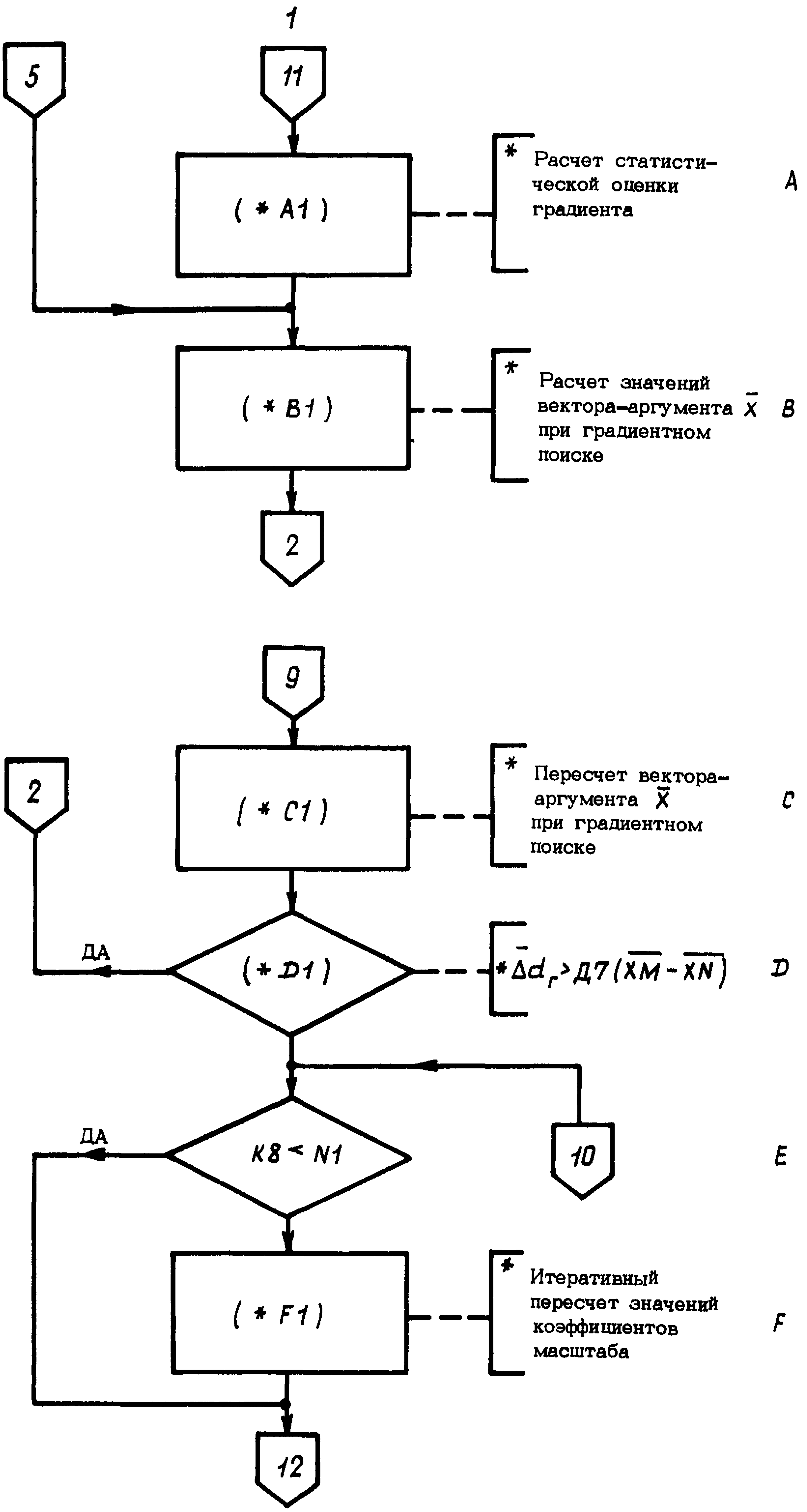
Рекомендуемое

БЛОК-СХЕМА АЛГОРИТМА ПОИСКА ОПТИМАЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

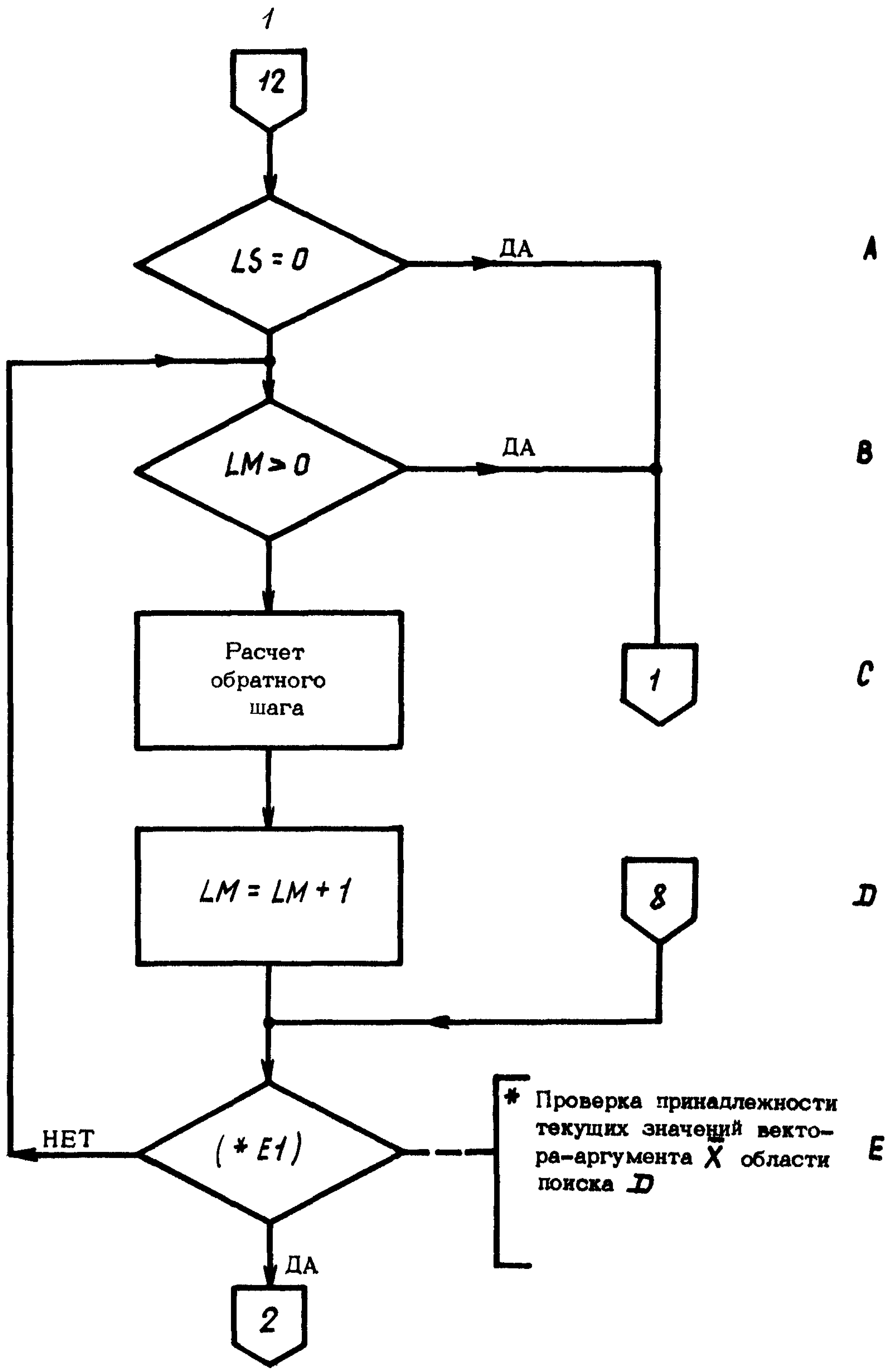



1
3
$Q^* = \hat{Q}_K$
5
A
ДА
$LM>0;\ ДГ>0$
B
$K=1$
ДА
C
1
D
ДА
$K = NN$
6
$|Q^*_{æ} - Q^*_{æ-1}| > S_2 Q^*_{æ}$
ДА
E
$K8 = 0$
F
$K8 = K8 + 1$
G
7


1
7
LS = LS + 1
A
(* B1)
* Расчет значений вектора-аргумента X̄ при направленном шаге поиска
B
8
1
(* C2)
* Определение случайных значений исходной точки поиска
C
4
K = NN
ДА
K = 0
D
9
ДА
ДГ > 0
6
K30 = K30 + 1
E
ДА
LM = 0
K30 > NT
F
ДА
10
ДГ = ДГ + 1
Печать результатов
G
11
Конец
H



№ изм.
№ изв.
Инв. № дубликата
Инв. № подлинника
1463



Примечание. На схеме применены следующие условные обозначения:

LS – индекс счетчика числа удачных шагов поиска;
LM – индекс счетчика числа неудачных шагов поиска;
$K30$ – индекс счетчика числа исходных точек поиска;
$DГ$ – индекс переменной, определяющей факт проведения расчета градиента (1 – проведение расчета градиента, 0 – непроведение расчета градиента).

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Справочное

ПРИМЕРЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ АЛГОРИТМА ПОИСКА ОПТИМАЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

Пример 1.

1. Определить значения управляющих воздействий $U_j(K)$, (где K – число шагов оптимизации), оптимизирующих процесс изменения показателей $\Pi_i(K)$ (i – индекс типа показателей) производственного контура подсистемы управления качеством (УК).

2. Рассматривается упрощенный вариант модели управления, состоящий из двух подпроцессов:

- контроля обеспечения качества готовых изделий в сборочном производстве;
- контроля поддержания качества изделия при гарантийной эксплуатации.

Предполагается, что приложение управляющих воздействий возможно лишь в первом подпроцессе ($j=1$).

3. В этих условиях постановка задачи оптимального управления формулируется следующим образом.

Требуется найти оптимальное управление $\{U_1(K),\quad K=2, 3, \ldots, N-1\}$ (N – число интервалов оптимизации) при ограничениях $U_1(K) > 0$; $U_1(1)=0$; $\sum\limits_{K=2}^{N-1} U_1(K) < 0{,}1$ и соответствующую ему траекторию вида

$$\begin{cases} \Pi_1(K+1) = \Pi_1(K) + 0{,}8\,U_1(K) + 0{,}4\,U_1(K-1); \\ \Pi_2(K+1) = \Pi_2(K) + 0{,}5\,U_1(K) + 0{,}2\,U_1(K-1), \end{cases}$$

максимизирующее критерий качества управления $J = \Pi_2(N)$ и удовлетворяющее начальным условиям $\Pi_1(2)=0{,}9$; $\Pi_2(2)=0{,}9$ и ограничениям $\Pi_1(N) \leq 0{,}999$; $\Pi_2(N) \leq 0{,}999$, $N=7$.

4. Данная задача относится к задачам динамического программирования с критерием качества регулирования, зависящим лишь от конечного состояния.

5. Результат поиска приведен в табл. 1.

Таблица 1

Интервал оптимизации K	Показатель состояния подпроцессов.		Управляющее воздействие
	Π_1	Π_2	U_1
2	0,900	0,900	0,008
3	0,906	0,903	0,018
4	0,923	0,914	0,010
5	0,932	0,923	0,029
6	0,962	0,941	0,033
7	0,998	0,959	–

При этом $\sum\limits_{K=2}^{N-1} U_1(K) = 0{,}098$.

№ изм. | № изв. | 4463 | Инв. № дубликата | Инв. № подлинника

6. Решение данной задачи методом, основанным на принципе максимума, имеет следующий вид

$\Pi_1(7) = 0{,}999$; $\Pi_2(7) = 0{,}960$ при $\sum_{K=2}^{N-1} u_1(K) = 0{,}101$.

Пример 2.

1. Найти оптимальный вариант программы мероприятий, направленных на улучшение качества изделий.

В качестве критерия используется суммарный эффект от реализации программы мероприятий.

2. Математически задача состоит в нахождении вектора $\bar{Z}$, максимизирующего критериальную функцию вида

$$Q = \sum_{i=1}^{N} SSW_i \, Z_i \longrightarrow max$$

при условии, что искомый вектор $\bar{Z}$, определяющий программу мероприятий, принадлежит области допустимых решений, описываемой системой неравенств

$$Z_i^H \leq Z_i \leq Z_i^B, \quad i = 1, N$$

$$\Phi_j(\bar{Z}) = \sum_{i=1}^{N} q_{ji} \, Z_j \leq QQ_j, \quad j = 1, NR,$$

где N – число типов изделий;

SSW_i – эффект от реализации одного мероприятия по изделию i– го типа;

Z_i^H, Z_i^B – заданные значения нижних и верхних границ количества мероприятий по изделию i-го типа;

NR – количество лимитирующих ресурсов;

$\Phi_j(\bar{Z})$ – величина потребного годового фонда j-го ресурса;

q_{ji} – нормы расхода j-го ресурса при проведении мероприятий по i-му изделию;

QQ_j – величина наличного фонда ресурсов j-го вида.

3. В рассматриваемом примере $N = 6$, $NR = 9$.

Нормы расхода соответствующих ресурсов q_{ji} и величины QQ_j в условных единицах приведены в табл. 2.

Таблица 2

Наименование ресурса	Норма расхода j-го ресурса						Наличный фонд j-го ресурса QQ_j
	1	2	3	4	5	6	
Площадь сборки	1,0	1,0	1,0	2,0	0,1	0,1	60
Оборудование типа А	0	1	1	2	1	1	60
Трудоемкость	99,40	37,75	19,75	54,40	74,45	53,00	2000

Продолжение табл. 2

Наименование ресурса	Норма расхода j-го ресурса						Наличный фонд j-го ресурса QQ_j
	1	2	3	4	5	6	
Оборудование типа Б	2,400	1,540	0	0	0	0	351
Оборудование типа В	2,400	1,960	0	0	0	0	448
Материалы типа А	1,800	3,300	5,330	0	0	0	479
Материалы типа Б	0	0	2,070	0	8,700	0	388
Оснастка	0	0	0,436	0	19,100	12,363	424
Приспособления	0	3,000	0,364	0	9,100	26,737	359

4. Значения эффекта от реализации одного мероприятия по изделию i-го типа в условных стоимостных единицах приведены в табл. 3.

Таблица 3

Тип изделия i	SSW_i	Тип изделия i	SSW_i
1	93,400	4	72,050
2	72,350	5	217,250
3	27,300	6	455,000

Оптимальный вариант мероприятий, обеспечивающих максимальный суммарный эффект от их реализации Q = 7725,212 условных стоимостных единиц, приведен в табл. 4.

Таблица 4

Тип изделия i	Z_i	Тип изделия i	Z_i
1	0	4	19
2	0	5	4
3	1	6	12

Возможности использования алгоритма при решении различных оптимизационных задач, не имеющих физического приложения к задачам в подсистеме УК, продемонстрированы на следующих примерах.

Пример 3.

1. Найти оптимальные значения вектора $\bar{X}$, соответствующие глобальному минимуму критериальной функции

$$Q = 15 + 10 \cdot e^{(-0{,}05X_1)} \cdot \cos(0{,}7X_1) + 0{,}1X_2$$

в области допустимых значений, определенной простыми ограничениями вида

$$0 \leq X_1 \leq 20; \quad 0 \leq X_2 \leq 20.$$

2. Данная функция имеет 12 экстремумов.

Глобальный экстремум $Q_{гл}$ = 6,990 при X_1 = 4,405 и X_2 = 0.

Найденная оценка глобального экстремума $\hat{Q}_{гл}$ = 6,992 при $\hat{X}_1$ = 4,399 и $\hat{X}_2$ = 0,002 (время поиска $t \approx 2$ с).

Пример 4.

1. Найти оптимальные значения вектора $\bar{X}$, соответствующие глобальному максимуму критериальной функции.

$$Q = 75{,}196 - 3{,}8112 \cdot X_1 + 0{,}12694 \cdot X_1^2 - 2{,}0567 \cdot 10^{-3} \cdot X_1 + 1{,}0345 \cdot 10^{-5} \cdot X_1^4 -$$

$$- 6{,}8306 \cdot X_2 + 0{,}030234 \cdot X_1 \; X_2 - 1{,}2813 \cdot 10^{-3} X_2 X_1^2 + 3{,}5256 \cdot 10^{-5} \cdot X_2 X_1^3 -$$

$$- 2{,}266 \cdot 10^{-7} \cdot X_2 \; X_1^4 + 0{,}25645 \cdot X_2^2 - 3{,}4604 \cdot 10^{-3} \cdot X_2^3 + 1{,}3514 \cdot 10^{-5} \cdot X_2^4 -$$

$$- \frac{28{,}106}{X_2 + 1} - 5{,}2375 \cdot 10^{-6} \cdot X_1 \; X_2^2 - 6{,}3 \cdot 10^{-8} \cdot X_1^3 \; X_2^2 + 7 \cdot 10^{-10} \cdot X_1^3 \; X_2^3 +$$

$$+ 3{,}4054 \cdot 10^{-4} \cdot X_1 \; X_2^2 - 1{,}6638 \cdot 10^{-6} \cdot X_1 \; X_2^3 - 2{,}8673 \cdot \exp\left(0{,}0005 \; X_1 X_2\right)$$

в областях допустимых значений, определенной ограничениями вида

$$\begin{cases} 0 \le X_1 \le 75, \\ 0 \le X_2 \le 65, \\ X_1 \; X_2 - 700 \ge 0, \\ X_2 - 5 \left(\dfrac{X_1}{25}\right)^2 \ge 0, \\ (X_2 - 50)^2 - 5 \; (X_1 - 55) \ge 0. \end{cases}$$

2. Найденная оценка глобального экстремума $\hat{Q} = 6{,}728$ при $\hat{X}_1 = 45{,}631$ и $\hat{X}_2 = 51{,}638$.

Время поиска $t \approx 14$ с.

ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ

№ изм.	Номера страниц				Номер "Изв. об изм."	Подпись	Дата	Срок введения изменения
	измененных	замененных	новых	аннулированных				